ISSN 0505-5806

VIJNANA PARISHAD ANUSANDHAN PATRIKA

THE RESEARCH JOURNAL OF THE HINDI SCIENCE ACADEMY

विज्ञान परिषद् अनुसन्धान पत्रिका

Vo. 36 October 1993 No. 4

[कौंसिल आफ साइंस एण्ड टेकनॉलाजी उत्तर प्रदेश तथा कौंसिल आफ साइंटिफिक एण्ड इण्डस्ट्रियल रिसर्च नई दिल्ली के आर्थिक अनुदान द्वारा प्रकाशित]

विषय-सूची

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 36, No. 4, 1993

फूरियर लागेर श्रेणो का उसके नार्लुण्ड माध्यों द्वारा सन्निकटन की कोटि के विषय में

बी० के० ब्यौहार
गणित अध्ययनशाला, विक्रम विश्वविद्यालय, उज्जैन (म० प्र०)

तथा

संजय जैन
गणित विभाग, शासकीय महाविद्यालय, देवास (म० प्र०)

[प्राप्त—अगस्त 3, 1993]

सारांश

प्रस्तुत प्रपत्र में फूरियर-लागेर श्रेणी का नार्लुण्ड माध्यों द्वारा सन्निकटन की कोटि पर एक प्रमेय सिद्ध की जावेगी जो अन्य ज्ञात परिणामों की अपेक्षा अधिक उत्तम है।

Abstract

On the degree of approximation by Norlund means of Fourier-Laguerre series. *By* B. K. Beohar and Sanjay Jain, School of Studies in Mathematics, Vikram University Ujjain (M. P.)

In the present paper we prove a theorem on the degree of approximation by Norlund means of Fourier-Laguerre series which is better than the other known results in this line.

1. श्रेणी Σu_n आंशिक योगफलों $\{s_n\}$ के अनुक्रम के साथ नार्लुण्ड माध्यों द्वारा परिमित सीमा S पर संकलनीय है यदि

$$\lim_{n\to\infty} t_n = S \tag{1.1}$$

जहाँ

$$t_n=(P_n)^{-1} \sum_{k=0}^{n} p_{n-k}\, S_k=(P_n)^{-1} \sum_{k=0}^{n} p_k\, S_{n-k} \tag{1.2}$$

एवं

$$P_n= \sum_{k=0}^{n} p_k, \tag{1.3}$$

जहाँ $\{p_n\}$ अचरों का एक अनुक्रम है । यदि

(i) $p_n=\dfrac{1}{n+1}$ तब (N, p_n) विधि हारमोनिक संकलनीयता में परिवर्तित हो जाती है ।

(ii) $p_n=\binom{n+\alpha-1}{\alpha-1}$, $\alpha>0$ तब (N, p_n) विधि चेजारों संकलनीयता में परिवर्तित हो जाती है ।

फलन $f(x)$ से सम्बन्धित फूरियर-लागेर श्रेणी निम्नलिखित है :

$$f(x)\sim \sum_{n=0}^{\infty} a_n\, L_n^{(\alpha)}(x) \tag{1.4}$$

जहाँ

$$a_n=\left\{\Gamma(\alpha+1)\,.\, A_n^{\alpha}\right\}^{-1}\int_0^{\infty} e^{-u}\,.\, u^{\alpha}\,.\, f(u)\,.\, L_n^{(\alpha)}(u)\, du \tag{1.5}$$

एवं

$$A_n^{\alpha}=\binom{n+\alpha}{n}\sim n^{\alpha} \tag{1.6}$$

तथा $L_n^{(\alpha)}(x)$ कोटि $\alpha>-1$ का nवाँ लागेर बहुपद है ।

प्रस्तुत प्रपत्र में हम $\phi(u)$ से फलन

$$\{\Gamma(\alpha+1)\}^{-1}\,.\, e^{u}\,.\, u^{\alpha}\,.\, [\,f(u)-f(0)] \tag{1.7}$$

को निरूपित करेंगे ।

बिन्दु $x=0$ पर श्रेणी (1.4) के किसी फलन का हारमोनिक माध्यों द्वारा सन्निकटन की कोटि के सम्बन्ध में ब्योहार तथा जड़िया[1] ने निम्नलिखित प्रमेय सिद्ध की ।

प्रमेय A : यदि $-1\leqslant\alpha\leqslant-1/2$ तब

$$t_n(0)-f(0)=0[(\log n)^q] \tag{1.8}$$

जहाँ

$$\int_0^t |\phi(y)|\, dy=0[t^{\alpha+1}(\log 1/t)^q] \tag{1.9}$$

$$\int_w^n e^{y/2} \cdot y^{-\alpha/2-3/4} |\phi(y)| \, dy = 0[n^{-\alpha/2-1/4} (\log n)^q] \tag{1.10}$$

एवं

$$\int_n^\infty e^{y/2} \cdot y^{-1/3} \cdot |\phi(y)| \, dy = 0[(\log n)^q], \; n \to \infty \tag{1.11}$$

यहाँ $t_n(0)$ बिन्दु $x=0$ पर श्रेणी (1.4) के हारमोनिक माध्य को निरूपित करता है

हाल ही में गुप्ता[2]ने बिन्दु $x=0$ पर श्रेणी (1.4) के किसी फलन का नार्लुण्ड माध्यों द्वारा सन्निकटन की कोटि के सम्बन्ध में एक प्रमेय सिद्ध की जो ब्योहार तथा जड़िया[1] से उत्तम है। यह है—

प्रमेय B : यदि $-1<\alpha\leqslant-1/2$ के लिए

$$Q(t) \equiv \int_t^\delta \frac{|\phi(y)|}{y^{\alpha/2+3/4}} \, dy = 0(1), \; t \to 0 \tag{1.12}$$

जहाँ δ एक नियत धनात्मक अचर है।

$$\int_w^n e^{y/2} \cdot y^{-\alpha/2-3/4} \cdot |\phi(y)| \, dy = 0(1) \tag{1.13}$$

एवं

$$\int_n^\delta e^{y/2} \cdot y^{-1/3} \cdot |\phi(y)| \, dy = 0(n^{\alpha/2+1/4}), \; n \to \infty \tag{1.14}$$

तब

$$t_n(0) - f(0) = 0(n^{\alpha/9+1/4}) \tag{1.15}$$

प्रस्तुत प्रपत्र में हम निम्नलिखित प्रमेय को दुर्बल स्थिति में सिद्ध करेंगे।

प्रमेय : यदि $-1\leqslant\alpha\leqslant-1/2$ के लिए

$$\int_t^\delta \frac{|\phi(u)|}{u^{\alpha/2+3/4}} \, du = 0[(\log 1/t)], \; t \to 0 \tag{1.16}$$

जहाँ δ एक नियत धनात्मक अचर हैं।

$$\int_w^n e^{u/2} \cdot u^{-\alpha/2-3/4} \cdot |\phi(u)| \, du = [\log n] \tag{1.17}$$

एवं

$$\int_n^\infty e^{u/2} \cdot u^{-1/3} \cdot |\phi(x)| \, du = 0[n^{\alpha/2+1/4} \cdot \log n], \; n \to \infty \tag{1.18}$$

तब

$$t_n(0) - f(0) = 0[n^{\alpha/2+1/4} \cdot \log n] \tag{1.19}$$

जहाँ $t_n(0)$ बिन्दु $x=0$ पर श्रेणी (1-4) का नार्लुण्ड माध्य है।

2. प्रमेय को सिद्ध करने के लिए हमें निम्नलिखित प्रमेयिकाओं की आवश्यकता होगी।

प्रमेयिका 1 : ([3], p. 175)

यदि α स्वेच्छ वास्तविक संख्या है तथा c एवं w धनात्मक नियत अचर हैं तब जैसे-जैसे $n\to\infty$

$$L_n^{(\alpha)}(x)=\begin{cases} x^{-\alpha/2-1/4}\, O(n^{\alpha/2-1/4}), & c/n\leqslant x\leqslant w \\ O(n^{\alpha}) & ;\ 0\leqslant x\leqslant c/n \end{cases} \tag{2.1}$$

प्रमेयिका 2 : ([3], p. 238)

यदि α एक स्वेच्छ वास्तविक संख्या है तथा $w>0$ एवं $0<n<4$ तब जैसे-जैसे $n\to\infty$

$$\max .\ e^{-x/2}\ .\ x^{\alpha/2+1/4}\ .\ |L_n^{(\alpha)}\ (\alpha)|=\begin{cases} n^{\alpha/2-1/4};\ w\leqslant x\leqslant(4-n)n \\ n^{\alpha/2-1/12};\ x\geqslant w \end{cases}$$

प्रमेयिका 3 : (1.16) की कल्पना से हमें प्राप्त होगा

$$\int_0^t |\phi(u)|\ du=O[t^{\alpha/2+3/4}\ .\ \log(1/4)],\ t\to 0 \tag{2.3}$$

उपपत्ति : (1.16) से हमें ज्ञात है कि

$$I(t)\equiv\int_t^{\delta} \frac{|\phi(u)|}{u^{\alpha/2+3/4}}\,du=O[\log(1/t)]$$

अतः हमें प्राप्त होगा कि

$$|\psi(u)|=-I^1(u)\ .\ u^{\alpha/2+3/4}.$$

$$\int_0^t |\phi(u)|\ du=-\int_0^t I^1(u)\ .\ u^{\alpha/2+3/4}\ du$$

$$=\left\{-[I(u)\ .\ u^{\alpha/2+3/4}]_0^t+\int_0^t u^{\alpha/2-1/4}\ .\ I(u)\ du\right\}$$

$$=\left\{-[u^{\alpha/2+3/4}\ .\ \log\ 1/u)]_0^t+\int_0^t u^{\alpha/2-1/4}\ .\ \log\ (1/4)\ du\right\}$$

$$=O[t^{\alpha/2+3/4}\ .\ \log\ (1/t)]+O[t^{\alpha/2+3/4}\ .\ \log\ (1/t)]$$

$$=O[t^{\alpha/2+3/4}\log\ (1/t)]$$

3. प्रमेय की उपपत्ति :

हम जानते हैं कि

$$L_n^{(\alpha)}(0)=\binom{n+\alpha}{n}$$

श्रेणी (1.4) का बिन्दु $x=0$ पर nवां आंशिक योगफल

$$S_n(0)=\sum_{k=0}^{n} a_k \,.\, L_n^{(\alpha)}(0)$$

$$=\{L(\alpha+1)\}^{-1}\int_0^\infty e^{-u}\,.\,u^\alpha\,.\,f(u)\,.\sum_{k=0}^{n} L_k^{(\alpha)}(u)\,dx$$

$$=\{\Gamma(\alpha+1)\}^{-1}\int_0^\infty e^{-u}\,.\,u^\alpha f(u)\;.\;L_n^{(\alpha+1)}(u)\,du$$

अत: नार्लुण्ड माध्य की परिभाषा से

$$t_n(0)=(P_n)^{-1}\,.\sum_{k=0}^{n} p_k\,.\,\{\Gamma(\alpha+1)]^{-1}\int_0^\infty e^{-u}\,.\,u^\alpha\,.\;f(u)\,.\,L_{n-k}^{(\alpha+1)}(u)\,du$$

तब लागेर के लाम्बिक गुणधर्म (Orthogonal property) का उपयोग करने पर

$$t_n(0)-f(0)=(P_n)^{-1}\,.\sum_{k=0}^{n} p_k\,.\,\{\Gamma(\alpha+1)\}^{-1}\int_0^\infty e^{-u}\,.\,u^\alpha\,.\,[f(u)-f(0)]\;L_{n-k}^{(\alpha+1)}(u)\,du$$

$$=(P_n)^{-1}\sum_{k=0}^{n} p_k\,.\int_0^\infty \phi(u)\,.\,L_{n-k}^{(\alpha+1)}(u)\,du$$

[1.7 से]

$$=\int_0^{c/n}+\int_{c/n}^{w}+\int_w^n+\int_n^\infty$$

$$=I_1+I_2+I_3+I_4 \text{ (मानाकि)}$$

सर्वप्रथम I_1 लेने पर,

$$|I_1|=(P_n)^{-1}\sum_{k=0}^{n} p_k\,.\int_0^{c/n} |\phi(u)|\;L_{n-k}^{(\alpha+1)}(u)\,du$$

अब प्रमेयिका 1 का उपयोग करने पर हम पाते हैं कि

$$|I_1|=(P_n)^{-1} \cdot (P_n) \cdot O(n-k)^{\alpha+1} \cdot \int_0^{c/n} |\phi(u)|\, du$$

$$=O(n^{\alpha+1}) \cdot O(n^{-\alpha/2-3/4} \cdot \log n)$$

(प्रमेयिका 3 से)

$$=O[n^{\alpha/2+1/4} \cdot \log n] \tag{3.1}$$

पुन: प्रमेयिका 1 का उपयोग करने पर

$$|I_2|=(P_n)^{-1} \cdot \sum_{c/n}^{n} p_k \int_{c/n}^{w} |\phi(u)| \cdot u^{-\alpha/2-3/4} \cdot O(n-k)^{\alpha/2+1/4} \cdot du$$

अब

$$\sum_{k=0}^{n} p_k\, (n-k)^{\alpha/2+1/4}= \left\{\sum_{k=0}^{n/2} + \sum_{n/2+1}^{n} \right\} p_k\, (n-k)^{\alpha/2+1/4}$$

$$=\{n-[n/2]\}^{\alpha/2+1/4} \cdot P(n/2)+\{p(n/2) \cdot n^{\alpha/2+1/4}\}$$

$$=O[P_n \cdot n^{\alpha/2+1/4}]$$

अब

$$|I_2|=(P_n)^{-1} \cdot (P_n) \cdot O(n^{\alpha/2+1/4}) \cdot \int_{c/n}^{w} |\phi(u)| \cdot u^{-\alpha/2-3/4}\, du$$

$$=O(n^{\alpha/2+1/4}) \cdot O(\log n)$$

(1.16 से)

$$=O(n^{\alpha/2+1/4} \cdot \log n) \tag{3.2}$$

अब

$$|I_3|=(P_n)^{-1} \cdot \sum_{k=0}^{n} p_k \cdot \int_{w}^{n} |\phi(u)| \cdot L_{n-k}^{(\alpha+1)}(u)\, du$$

प्रमेयिका 2 का उपयोग करने पर

$$|I_3|=(P_n)^{-1} \cdot \sum_{k=0}^{n} p_k \int_{w}^{n} |\phi(u)| \cdot e^{u/2} \cdot u^{-\alpha/2-3/4} \cdot O(n^{\alpha/2+1/4})\, du$$

$$=(P_n)^{-1} \cdot (P_n) \cdot O(n^{\alpha/2+1/4})\int_{w}^{n} e^{u/2} \cdot u^{-\alpha/2-3/4} \cdot |\phi(u)|\, du$$

$$=O(n^{\alpha/2+1/4}) \,.\, O(\log n) \qquad (1.17 \text{ से})$$

$$=O[n^{\alpha/2+1/4} \,.\, \log n] \qquad (3.3)$$

अन्त में

$$|I_4|=(P_n)^{-1} \sum_{k=0}^{n} p_k \,.\, \int_n^\infty |\phi(u)| \; L_{n-k}^{(\alpha+1)} (u)\, du$$

प्रमेयिका 2 के दूसरे भाग से

$$=(P_n)^{-1} \,.\, \sum_{k=0}^{n} p_k \,.\, \int_n^\infty |\phi(u)| \,.\, e^{u/2} \,.\, u^{-\alpha/2-3/4} \,.\, O(n^{\alpha/2+5/12})\, du$$

$$=(P_n)^{-1} \,.\, (P_n) \,.\, O(n^{\alpha/2+5/12}) \,.\, \int_n^\infty \frac{|\phi(u)| \,.\, e^{u/2} \,.\, u^{-1/3}}{u^{\alpha/2+5/12}} du$$

$$=O(n^{\alpha/2+5/12}) \,.\, O(n^{-\alpha/2-5/12}) \int_n^\infty e^{u/2} \,.\, u^{-1/3} \,.\, |\phi(u)|\, du$$

$$=O(1) \,.\, \int_n^\infty e^{u/2} \,.\, u^{-1/3} \,.\, |\phi(u)|\, du$$

$$=O[n^{\alpha/2+1/4} \,.\, \log n] \qquad (3.4) \qquad (1.18 \text{ से})$$

अतः (3.1), (3.2), ..., (3.4) को मिलाने पर हमारी प्रमेय सिद्ध होती है ।

निर्देश

1. ब्योहार, बी० के० तथा जड़िया, बी० एल०, अबस्ट्रैक्ट, प्रोसीडिंग नेशनल एकाडेमी साइं०, 1978.
2. गुप्ता, एस०, पी० एच-डी० थीसिस, विक्रम विश्वविद्यालय, उज्जैन, 1979.
3. ज़ैगो, जी०, Orthogonal Polynomial, 1959.

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 36, No. 4, 1993

आर्गन तथा ब्रोमीन में जोशी प्रभाव पर उच्च आवृत्ति-अभिक्रिया का प्रभाव

जगदीश प्रसाद
रसायन विभाग, मेरठ कॉलिज, मेरठ

[प्राप्त—अगस्त 23, 1993]

सारांश

विगैसित स्लीव-नली A में परिबद्ध शुद्ध आर्गन तथा अविगैसित काँच-ओजोनित्र B में निबद्ध ब्रोमीन वाष्प को क्षरण-परखी की अन्वेषी शलाका के सिरे पर जनित लगभग 20 किलोसाइकिल की उच्च आवृत्ति (hf) के स्पंदों से उद्भासित किया गया। एच० एफ० अभिक्रिया के पश्चात् देहली विभव V_m तथा चालकता i के मान दोनों निकायों में बढ़े हुए पाये गये। 'अभिक्रिया' का आपेक्षिक जोशी प्रभाव $-\%\Delta i$ पर A में प्रतिकूल तथा B में अनुकूल प्रभाव पाया गया। A तथा B नलियों पर तापन तथा शीतलन का प्रभाव अभिक्रिया के प्रभावों का विरोधी पाया गया। पूर्ववर्ती अर्ध चक्र में निक्षेपित तथा इलेक्ट्रोड-तल पर अनुदासानीकरण से शेष बचे द्वितीयक इलेक्ट्रॉनों की संख्या में वृद्धि और A में निर्मित अपेक्षाकृत अल्प-स्थायी परत में एच० एफ० के अपचायक प्रभाव तथा B की अविगैसित तल पर पूर्व-अधिशोषित परतों की विद्यमानता के कारण होने वाली जटिलताओं को इन प्रेक्षणों का कारण माना गया है।

Abstract

Influence of high frequency treatment on the Joshi effect in argon and bromine. *By* Jagdish Prasad, Chemistry Department, Meerut College, Meerut.

Pure argon enclosed in a degassed glass sleeve-tube A and bromine-vapour confined in a non-degassed glass ozonizer B were exposed to the action of 20 kilo-cycles high frequency pulses generated at the end of the prob of a leak tester. The threshold potential V_m and the conductivity i were found to be increased after h. f. treatment in both the systems. The treatment disfavoured the relative Joshi effect $-\%\Delta i$ in A and favoured that in B. Warming and cooling the tubes A and B

produced the anti-treatment effects. These have been attributed to the increased number of secondary electrons deposited in thc antecedent half cycle and remaining un-neutralised on the elecrode surface, the detrimented influence of h. fs. on the comparatively less stable Joshi layer formed in A and the complications occurring on the non-degassed surface of B owing to the presence of pre-adsorbed layers.

विसर्जन के दौरान निर्मित अधिशोषण-सदृश सीमान्त-परत या भित्ति-परत या जोशी-परत को ऋणात्मक-जोशी प्रभाव $-\Delta i$ का मुख्य स्थल माना गया है।[1] स्थानीकृत उच्च आवृत्ति वाले क्षेत्र जोशी-परत को विक्षोभित कर सकते हैं, जिनसे $-\Delta i$ के परिणाम पर प्रभाव पड़ सकता है। अतः अध्ययन[2] को विगैसित स्लीव-नली में परिसीमित आर्गन सदृश अक्रिय गैस तथा अविगैसित ओजोनित्र में निबद्ध ब्रोमीन-वाष्प सदृश विद्युत-ऋणी गैस तक विस्तृत करने में रुचि उत्पन्न हुई।

प्रयोगात्मक

प्रस्तुत अध्ययन में प्रयुक्त सीमेन्ज प्रकार के अविगैसित सोडा-काँच के बने मुँहबन्द ओजोनित्र B में निबद्ध शुद्ध तथा शुष्क ब्रोमीन-वाष्प ($p\ Br_2=300$ मिमी०, 25°C) को पूर्व[2] की भाँति अध्ययन किया गया। सोडा-काँच की बनी स्लीव-नली A को लेबोल्ड पम्प के द्वारा निर्वातित करते हुए, पूर्व की भाँति[3], उसको 200, 350, 500, 350, 200°C पर विगैसित किया गया। इसमें स्पेक्ट्रम-शुद्ध आर्गन (pA=2 मिमी०, 25°C) भरकर इसे (स्लीव-अन्तराल=60 मिमी०) मुंहबन्द कर दिया गया।

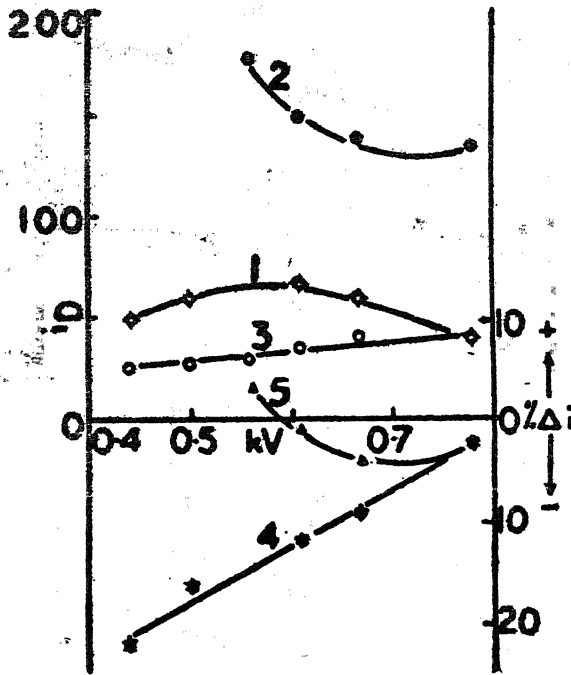
स्थानीकृत उच्च आवृत्ति (~20 किलोसाइकिल) के क्षेत्र को उत्पन्न करने के लिए क्षरण-परखी नाम से पुकारे जाने वाले हस्त-स्फुलिंग-वलय को प्रयुक्त किया गया। क्षरण-परखी को अन्वेषी शलाका को काँच-तल पर रुक-रुककर 10-90 मिनट तक चलाया गया। हर बार क्रिया के पूर्व तथा पश्चात् 50 साइकिल की ए० सी० के द्वारा A तथा B के $(V-i)_{D,L}$ अभिलक्षणों का पूर्व[3] की भाँति आलेखन किया गया। दोनों नलियों को एक घण्टे तक 70°C पर तप्त करके प्रयोगशालीय ताप 25°C पर 3 घण्टे तक ठण्डा करके उनके $(V-i)_{D,L}$ अभिलक्षणों का आलेखन किया गया।

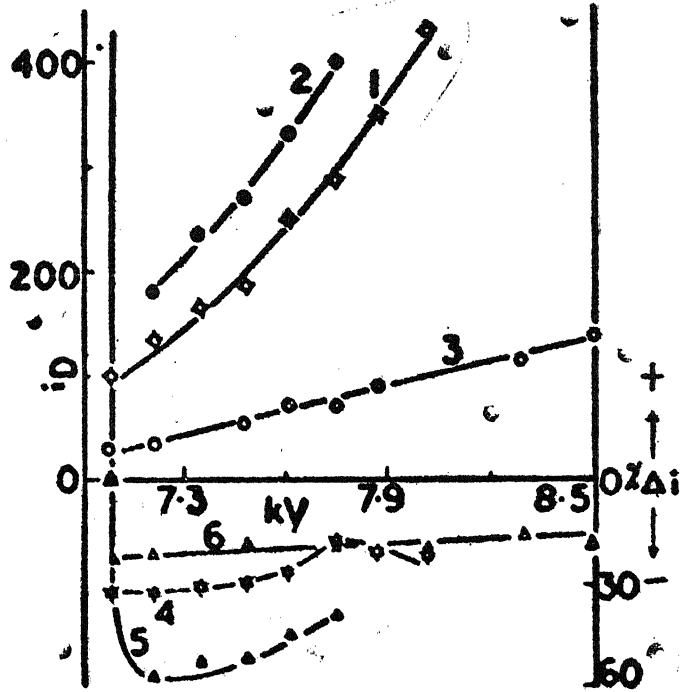
परिणाम तथा विवेचना

एच० एफ० अभिक्रिया के परिणामस्वरूप देहली विभव V_m में आर्गन नली A में लगभग 25% तथा ब्रोमीन ओजोनित्र B में 2% अवनमन पाया गया; दोनों निकायों में चालकता i में उल्लेखनीय वृद्धि हुई; $-\%\Delta i$ में A में 22 से 4 तक ह्रास तथा C में 31 से 37 तक वृद्धि हुई। धनात्मक जोशी प्रभाव $+\Delta i$ A तथा B में विकसित हो गया। तापन तथा शीतलन की अभिक्रिया ने नलियों को लगभग पूर्व-अभिकृत दशाओं में लौटा दिया।

निम्न कार्यफलन होना जोशी-परत की विशेषता है।[1] इलेक्ट्रोड-परत पर क्षरण-परखी जनित स्थानीकृत एच० एफ० के निरोधी प्रभाव के कारण V_m में वृद्धि हुई है। अतः जोशी-परत के क्षीणन से, स्वयं-पोषी विसर्जन के आरम्भ होने के लिए उच्चतर क्षेत्रों की आवश्यकता होती है, परिणामतः परजीवी

या गाइगेर-क्षेत्र में विस्तार हो जाता है। किसी विसर्जन में धारा का नियन्त्रण प्रत्येक अर्ध-चक्र में उत्पन्न इलेक्ट्रॉन-ऐवेलांशों से होता है। अनुप्रयुक्त क्षेत्र द्वारा प्रदत्त ऊर्जा वाले इलेक्ट्रॉन, अप्रत्यास्थ संघट्ट द्वारा गैस-कणों का आयनन करते हैं। आयनन द्वारा निर्मित इलेक्ट्रॉन प्रक्रम को दोहराते जाते हैं। जनित धन आयनों तथा फोटानों द्वारा कैथोड से और अधिक इलेक्ट्रॉन तथा द्वितीयक इलेक्ट्रॉनों में वृद्धि होती है।[4–7] ऐसी कल्पना है कि इलेक्ट्रोड-तल पर, काँच की डाइ-इलेक्ट्रिक प्रकृति के कारण, अनुदासीकृत अवशिष्ट, पूर्ववर्ती अर्ध-चक्र में निक्षेपित इलेक्ट्रॉनों की संख्या द्वितीयक उत्सर्जन को बढ़ाता है।[8–9] उच्च आवृत्तियों के क्षेत्रों से उद्भासन के पश्चात् यह बढ़ जाता है, जिससे चालकता में वृद्धि होती है, जैसा कि प्रस्तुत दोनों निकायों में प्रेक्षण हुआ है।

क्षरण-परखी द्वारा स्थानीकृत क्षेत्रों द्वारा विसर्जन-पात्र को उद्भासित करने से तल की प्रकृति में परिवर्तन होते हैं, क्योंकि क्षरण-परखी निर्वात-निकाय की काँच की दीवारों से पर्याप्त गैस को निकाल देती है।[10] तल के ये परिवर्तन विसर्जन के दौरान बनने वाली जोशी-परत का क्षीणन करते हैं। आर्गन के साथ स्थायी इलेक्ट्रोड-परत बनने की दूर तक भी सम्भावना नहीं है।[11] क्षरण-परखी द्वारा जनित

चित्र 1 : आर्गन में जोशी प्रभाव पर एच० एफ० अभिक्रिया का प्रभाव (1 : एच० एफ० अभिक्रिया के पूर्व i_D; 2 : एच० एफ० अभिक्रिया के बाद i_D; 3 : तापन तथा शीतलन के बाद i_D; 4 : एच० एफ० अभिक्रिया के पूर्व $\%\Delta i$; 5 : एच० एफ० अभिक्रिया के के बाद $\%\Delta i$)।

स्थानीकृत एच० एफ०, काँच की दीवारों से अपेक्षाकृत स्थायी पूर्व-अधिशोषित परतों को निकालने में सक्षम हैं; आर्गन के साथ विसर्जन के दौरान निर्मित कल्पित भंगुर इलेक्ट्रोड परत पर इन क्षेत्रों का अपचायक प्रभाव तर्कसंगत प्रतीत होता है। अतः $-\%\Delta i$ के परिमाण में ह्रास अपेक्षित है, जैसा कि आर्गन-नली में प्रेक्षित हुआ है (चित्र 1)। $+\Delta i$ तथा $-\Delta i$ के सह-अस्तित्व के कारण, $-\Delta i$ के ह्रास ने $+\Delta i$ को विकसित कर दिया है (चित्र 1 तथा 2)।

चित्र 2 : ब्रोमीन-वाष्प में जोशी प्रभाव पर एच० एफ० अभिक्रिया का प्रभाव (1 : एच० एफ० अभिक्रिया के पूर्व i_D; 2 : एच० एफ० अभिक्रिया के बाद i_D; 3 : तापन तथा शीतलन के बाद i_D; 4 : एच० एफ० अभिक्रिया के पूर्व $\%\Delta i$; 5 : एच० एफ० अभिक्रिया के बाद $\%\Delta i$; 6 : तापन तथा शीतलन के बाद $\%\Delta i$)।

विसर्जन के दौरान, काँच की विद्युत्-अपघटनी चालकता के कारण, क्लोरीन, ब्रोमीन आदि में तल पर Na^+ आयनों तथा उत्तेजित गैस-कणों में पारस्परिक क्रिया होती है।[12,13] इससे क्लोरीन के साथ NaCl, ब्रोमीन के साथ NaBr तथा जल-वाष्प के साथ NaOH सदृश यौगिक बनते हैं। क्योंकि प्रस्तुत ब्रोमीन के प्रेरण अविगैसित निकाय में किये गये हैं, आर्गन के प्रेक्षणों के विपरीत, काँच की दीवारों पर पूर्व-अधिशोषित CO_2, O_2, H_2O आदि की विद्यमानता के कारण, इस प्रकार के पृष्ठीय यौगिकों की निर्मिति और जटिल हो जाती है। ब्रोमीन-वाष्प में (चित्र 2) एच० एफ० अभिक्रिया का अनुकूल प्रभाव इन्हीं कारकों तथा गैस का अपेक्षाकृत उच्च दाब पर होना माना जा सकता है।

विराम-काल-नली को अनुत्तेजित अवस्था में रखने का आभासी प्रति-काल प्रभावन प्रभाव प्रेक्षित हुआ है।[2] ताप में वृद्धि, विशेषतः प्रारम्भिक अवस्थाओं में, विरामावस्था के प्रभाव को बढ़ा देती है,[14,15,16] जिसका प्रेक्षण प्रस्तुत अध्ययन में हुआ है।

कृतज्ञता ज्ञापन

डॉ० टी० नरसराजू के अमूल्य सुझावों के लिये लेखक आभारी है।

निर्देश

1. जोशी, एस० एस०, करेंट साइंस, 1944, **13**, 253.
2. प्रसाद, जे०, रिव० रूसेन किमि०, 1973, **18**, 1075.
3. प्रसाद, जे०, वही, 1975, **20**, 1345.
4. लॉब, एल० बी०, "Fundamental Processes of Electrical Discharge through Gases" जॉन विले एण्ड संस, न्यू यार्क, 1939.
5. मैक्सफील्ड, सी० तथा बेनेडिक्ट, ए०, "Theory of Gaseous Conduction and Electronics", मैकग्रॉ हिल बुक क०, न्यू यार्क, 1941.
6. मिलर, ए० आर०, "Adsorption of Gases on Solids", कैम्ब्रिज यूनिवर्सिटी प्रेस, लन्दन, 1953.
7. सक्सेना, ए० पी०, भटवाडेकर, एम० जी० तथा रमैया, एन० ए०, नेचर, 1953, **171**, 929.
8. लॉब, एल० बी०, रिव० मोडर्न फिजि०, 1936, **8**, 267.
9. रमैया, एन० ए० तथा सक्सेना, ए० पी०, प्रोसी० इण्डियन साइंस कांग्रेस, रसायन विभाग, 1953, ऐब्स्ट० 92.
10. बैचमैन, सी० के०, "Techniques in Experimental Electronics", चैपमैन एण्ड हॉल लि० लन्दन, 1948, पृ० 104.
11. टक्सन, टी०, जैड० फिजि०, 1936, **103**, 463.
12. रोडेबुश, डब्लु० एम० तथा क्लिजेलहॉफर, जू०, डब्लु० सी०, जर्न० अमेर० केमि० सोसा०, 1933, **55**, 130.
13. मोरे, जी० डब्यु०, "Properties of Glass", राइनहोल्ड कोर्प०, न्यूयार्क, 1948.
14. प्रसाद, जे०, विज्ञान परिषद् अनुसन्धान पत्रिका, 1972, **15**, 79.
15. प्रसाद, जे०, काइनेटिका-आई-कैटेलिज, 1977, **18**, 497.
16. प्रसाद, जे०, जर्न० एशियन केमि० सोसा०, 1992, **1**, 229.

Vijana Parishad Anusandhan patrika, Vol. 36, No. 4, 1993

लागेर श्रेणी की सार्वीकृत हारमोनिक संकलनीयता

सुशील शर्मा

गणित विभाग, शासकीय महाविद्यालय, झाबुआ (म० प्र०)

तथा

संजय जैन

गणित विभाग, शासकीय महाविद्यालय, देवास (म० प्र०)

[प्राप्त—जनवरी 3, 1993]

सारांश

प्रस्तुत शोध पत्र में हम लागेर श्रेणी की सार्वीकृत हारमोनिक संकलनीयता पर एक प्रमेय सिद्ध करेंगे। हम पाण्डेय[2] की प्रमेय को दुर्बल स्थिति में सिद्ध करेंगे।

Abstract

Generalized Harmonic summability of Laguerre series. *By* S. Sharma, Department of Mathmatics Government College, Jhabua and S. Jain, Department of Mathematics., Government College, Dewas.

In this paper we prove a theorem for generalized Harmonic summability of Laguerre series. Our theorem is weaker than the theorem of Pandey[2].

1. फलन $f(x)$ से सम्बन्धित लागेर श्रेणी निम्नलिखित है :

$$f(x) \sim \sum_{n=0}^{\infty} a_n L_n^{(\alpha)}(x) \tag{1.1}$$

जहाँ

$$a_n = \left\{ \Gamma(\alpha+1) \cdot A_n^{(\alpha)} \right\}^{-1} \int_0^{\infty} e^{-y} y^{\alpha} \cdot f(x) L_n^{(\alpha)}(y)\, dy \tag{1.2}$$

एवं

$$A_n^{\alpha} = \binom{n+\alpha}{n} \sim n^{\alpha} \tag{1.3}$$

जिगमुंड (P. 195) के अनुसार

$$A_n^{\alpha,\beta} = \sum_{k=c}^{n} A_k^{-1,\beta} \tag{1.4}$$

$$A_n^{\alpha,\beta} \sim \frac{n^{\alpha}}{\Gamma(\alpha+1)} (\log n)^{\beta}, \text{ if } \alpha \neq -1, -2, \ldots \tag{1.5}$$

$$A_n^{\alpha,\beta} \sim (-1)^{\alpha-1} \cdot ((\alpha)-1)!\, \beta \cdot n^{\alpha} (\log n^{\beta-1}), \text{ if } \alpha = -1, -2, \ldots \tag{1.6}$$

श्रेणी Σu_n आंशिक योगफलों $\{S_n\}$ के अनुक्रम के साथ परिमित सीमा S तक सार्वीकृत हार-मोनिक संकलनीय (N_β), β वास्तविक होगी, यदि

$$\lim_{n \to \infty} t_n = S \tag{1.7}$$

जहाँ

$$t_n = \frac{1}{A_n^{0,\beta}} \sum_{k=0}^{n} A_{n-k}^{-1,\beta} \cdot S_k \tag{1.8}$$

2. फूरियर श्रेणी की साधारण हारमोनिक संकलनीयता पर आयंगर[1] ने निम्नलिखित प्रमेय सिद्ध की—

प्रमेय A : यदि

$$\phi(t) = 0 \left[\frac{1}{\log (1/t)}\right], \quad t \to +0 \tag{2.1}$$

तब फूरियर श्रेणी फलन $f(x)$ से हारमोनिक संकलनीय है।

आयंगर के परिणाम को सार्वीकृत कर सिद्दीकी[3] ने निम्नलिखित प्रमेय सिद्ध की—

प्रमेय B : यदि

$$\int_0^t |\phi(u)|\, du = 0 \left[\frac{t}{\log (1/t)}\right], \quad t \to +0 \tag{2.2}$$

तब फूरियर श्रेणी फलन $f(x)$ से हारमोनिक संकलनीय है।

हाल ही में बिन्दु $x=0$ पर श्रेणी (1.1) की साधारण हारमोनिक संकलनीयता पर पाण्डेय[2] ने निम्न प्रमेय सिद्ध की—

प्रमेय C

$$-1/2 \geqslant \alpha \geqslant -5/6$$

के लिए बिन्दु $x=0$ पर श्रेणी (1.1) योग A पर हारमोनिक संकलनीय है, यदि

$$\Phi(t) \equiv \int_0^t |\phi(u)|\, dy = 0(t^{\alpha+1}),\ t \to 0 \tag{2.3}$$

$$\int_n^\infty e^{y/2} \,.\, y^{-\alpha/2-3/4} \,.\, |\phi(y)|\, dy = 0\,(n^{\alpha/2-1/4}) \tag{2.4}$$

एवं

$$\int_n^\infty e^{y/2} \,.\, y^{-1/3} \,.\, |\phi(y)|\, dy = 0(1) \tag{2.5}$$

प्रस्तुत प्रपत्र में हम पाण्डेय[2] की प्रमेय को दुर्बल स्थिति में सिद्ध करेंगे।

प्रमेय

$$-1/2 \geqslant \alpha \geqslant -5/6$$

के लिए बिन्दु $x=0$ पर श्रेणी (1.1) (N_β), $\beta > 0$ संकलनीयत होगी, यदि

$$\phi(y) \in \text{Lip}\ (\alpha) \tag{2.6}$$

$$\int_n^\infty e^{y/2} \,.\, y^{-1/3} \,.\, |\phi(y)|\, dy = 0(1) \tag{2.7}$$

$$\int_n^\infty e^{y/2} \,.\, y^{-1/3} \,.\, |\phi(y)|\, dy = 0(1) \tag{2.8}$$

3. प्रमेय को सिद्ध करने के लिए हमें निम्नलिखित प्रमेयिकाओं की आवश्यकता होगी।

प्रमेयिका (1) {[4], 95 (p. 175)}

माना कि α स्वेच्छ वास्तविक संख्या है तथा c एवं w नियत धनात्मक अचर हैं तब जैसे-जैसे $n \to \infty$

$$L_n(x) = \begin{cases} x^{(-\alpha/2-1/4)} \,.\, 0(n^{\alpha/2-1/4}); & c/n \leqslant x \leqslant w \\ 0(n^{\alpha}) & ;\ 0 \leqslant x \leqslant c/n \end{cases} \tag{3.1}$$

अमेयिका (2) {[4], 95 (p. 288)}

यदि a स्वेच्छ एवं वास्तविक है तथा $w>0$, $0>\eta>4$ है तब जैसे-जैसे $n\to\infty$

$$\max.\ e^{-x/2}\ x^{\alpha/2+1/4}\ |L_n^{(\alpha)}(x)|=\begin{cases} n^{\alpha/2-1/4}; & w\leqslant x\leqslant(4-\eta)n \\ n^{\alpha/2-1/12}; & x\geqslant w\end{cases} \tag{3.2}$$

4. प्रमेय की उपपत्ति

श्रेणी (1.1) का बिन्दु $x=0$ पर nवाँ आंशिक योगफल

$$S_n=\{\Gamma(\alpha+1)\}^{-1}\int_0^\infty e^{-y}\ y^\alpha\ .\ f(y)\ .\ L_n^{(\alpha+1)}(y)\ dy \tag{4.1}$$

तब सार्वीकृत हारमोनिक संकलनीयता की परिभाषा से पाते हैं कि

$$=\frac{1}{A_n^{\alpha,\ \beta}}\sum_{k=0}^{n} A_k^{-1,\ \beta}\ \{S_{n-k}-A\}$$

$$=\frac{1}{A_n^{0,\ \beta}}\sum_{k=0}^{n} A_k^{-1,\ \beta}\ \{\Gamma(\alpha+1)\}^{-1}\int_0^\infty e^{-y}\ y^\alpha\ [f(y)-V]\ L_{n-k}^{(\alpha+s)}(y)\ dy$$

$$=\frac{1}{A_n^{0,\ \beta}}\sum_{k=0}^{n} A_k^{-1,\ \beta}\int_0^\infty \phi(y)\ .\ L_{n+k}^{(\alpha+1)}(y)\ dy$$

जहाँ

$$\phi(y)=\{\Gamma(\alpha+1)\}^{-1}\ .\ e^{-y}\ .\ y^\alpha\ [f(y)-A]$$

$$=\frac{1}{A_n^{0,\ \beta}}\left\{\int_0^{c/n}+\int_{c/n}^{w}+\int_w^n+\int_n^\infty\right\}\sum_{k=0}^{n} A_k^{-1,\ \beta}\ \phi(y)\ L_{n-k}^{(\alpha+1)}(y)\ dy$$

(माना कि)

$$=I_1+I_2+I_5+I_4$$

जहाँ c एवं w धनात्मक नियत अचर हैं।

अब

$$|I_1|=\frac{1}{A_n^{0,\ \beta}}\int_0^{c/n}\sum_{k=0}^{n}\ .\ A_k^{-1,\ \beta}\ .\ 1\phi(y)|\ .\ L_{n-k}^{(\alpha+1)}(y)\ dy$$

$$=0(1) \cdot \int_0^{c/n} |\phi(y) \cdot L_{n-k}^{(\alpha+1)}(y)\, dy$$

$$=0(n^{\alpha+1}) \int_0^{c/n} |\phi(y)|\, dy \qquad [3.1\,(ii) \text{ के अनुसार}]$$

$$=0(n^{\alpha+1}) \cdot \int_0^{c/n} y^{\alpha}\, dy \qquad [2.6 \text{ के अनुसार}]$$

$$=0(1) \tag{4.2}$$

पुन: प्रमेयिका 1 का उपयोग करने पर

$$|I_2| = \frac{1}{A_n^{0,\,\beta}} \sum_{k=0}^{n} A_k^{-1,\,\beta} \int_{c/n}^{w} |\phi(y)| \cdot y^{-(\alpha+1)/2-1/4}\, 0(n-k)^{(\alpha+1)/2-1/4}\, dy$$

$$=0(n^{\alpha/2+1/4}) \int_{c/n}^{n} |\phi(y)| \cdot y^{-\alpha/2-3/4}\, dy$$

$$=0(n^{\alpha/2+1/4}) \int_{c/n}^{w} y^{\alpha} \cdot y^{-\alpha/2-3/4}\, dy$$

[2.6 के अनुसार]

$$=0(n^{\alpha/2+1/4}) \cdot 0(n^{-\alpha/2-1/4})$$

$$=0(1) \tag{4.3}$$

अब प्रमेयिका 2 का उपयोग करने पर

$$|I_3| = \frac{1}{A_n^{0,\,\beta}} \sum_{k=0}^{n} A_k^{-1,\,\beta} \int_{w}^{n} |\phi(y)| \cdot e^{y/2}\, y^{-\alpha/2-3/4} \cdot 0(n-k)^{\alpha/2+1/4}\, dy$$

$$=0(n^{\alpha/2+1/4}) \cdot 0(n^{-\alpha/2-1/4}) \int_{w}^{n} |\phi(y)| \cdot e^{y/2} \cdot y^{-1/2}\, dy$$

$$=0(1) \cdot \int_{w}^{n} e^{y/2} \cdot y^{-1/2} \cdot |\phi(y)|\, dy$$

[2.7 के अनुसार]

$$=0(1) \tag{4.4}$$

अन्त में प्रमेयिका 2 के दूसरे भाग से

$$|I_4| = \frac{1}{A_n^{0,\beta}} \sum_{k=0}^{n} A_k^{-1,\beta} \int_0^\infty |\phi(y)|\, e^{y/2} \,.\, y^{-(\alpha+1)/2-1/4} \,.\, 0(n-k)^{(\alpha+1)/2-1/12}\, dy$$

$$=0(n^{\alpha/2+5/12}) \int_n^\infty e^{y/2}\, y^{-\alpha/2-3/4} \,.\, |\phi(y)|\, dy$$

$$=0(n^{\alpha/2+5/12}) \int_a^\infty |\phi(y)| - e^{y/2} \,.\, y^{-\alpha/2-5/12-1/3}\, dy$$

$$=0(n^{\alpha/2+5/12})\, 0(n^{-\alpha/2-5/12}) \int_n^\infty |\phi(y)| \,.\, e^{y/2}\, y^{-1/3}\, dy$$

[2·8 के अनुसार]

$$=0(1) \tag{4.5}$$

अत: (4.2), (4.3), (4.4) एवं (4.5) को मिलाने पर प्रमेय की उपपत्ति पूर्ण होती है।

निर्देश

1. आयंगर, के० एस०, प्रोसी० इण्डियन एके० साइंस, 1943, **18**, 81-87
2. पाण्डेय, बी० एस०, इसरायल जर्नल मैथ्स, 1969, 7, 299-302
3. सिद्दीकी, जे० ए०, इण्डियन एके० साइंस, 1948, **23**, 527-531
4. झेगी, जी०, Orthogonal Polynomial, 1959
5. जिगमुण्ड, ए०, Trigonometric Series. 1959

Vijana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 36, No. 4, 1993

यूरेनाइन का जलीय माध्यम में पोलेरोग्राफीय अपचयन

आराधना जैन, विश्राम लाल तथा यू. एस. चतुर्वेदी
स्नातकोत्तर रसायन शास्त्र विभाग,
महारानी श्रीजया (स्वायत्तशासी) महाविद्यालय, भरतपुर (राज०)

[प्राप्त—फरवरी 3, 1993]

सारांश

यूरेनाइन जैन्थीन समुदाय का रंजक है। यह हरे-पीले रंग का होता है। पाटरी की सफाई करने तथा गटर लाइनों में व्याप्त प्रदूषण का पता लगाने हेतु तथा जलीय विलयनों को विभेदित करने में यह प्रयुक्त किया जाता है। वर्तमान में इसे जैव ऊतकों को रंगने हेतु प्रयुक्त करते हैं।

इसका वोल्ट धारामितिक अध्ययन दिष्ट पोलैरोग्राफीय विधि द्वारा बी. आर. बफर में पी. एच. 2.20 से 11.0 के मध्य किया गया है। सभी प्रेक्षण तापमान 35 डिग्री से. ग्रे. पर लिये गये हैं। बिन्दुपाती पारद विद्युदग्र डी. एम. ई. के कोशिका स्थिरांक निम्नवत् थे—

m 2/3 t 1/6 1.652 mg 2/3 s-1/2 h 35c.m

यह पाया गया कि रंजक अम्लीय, उदासीन तथा क्षारीय माध्यम में भिन्न व्यवहार दर्शाता है। पी. एच. बढ़ने पर $-E_{1/2}$ बदलता है तथा अम्लीय एवं उदासीन माध्यम में एक कैथोडिक तरंग तथा क्षारीय माध्यम में दो कैथोडिक तरंगें प्राप्त होती हैं। क्षारीय माध्यम में पहली तरंग पी. एच. बढ़ने के साथ घटती है जबकि दूसरी तरंग पी. एच. बढ़ने के साथ बढ़ती है। अपचयन क्रिया 2 इलेक्ट्रॉन विस्थापन द्वारा सम्पन्न होती है।

पूर्व के शोधपत्रों [1-6] मे ऐमीनो अम्लों के ईमाइनों के विद्युत रासायनिक व्यवहार की विवेचना की जा चुकी है।

प्रस्तुत शोधपत्र में यूरेनाइन रंजक के विद्युतरासायनिक अपचयन की व्याख्या की गई है। रंजकों में सतह पर अधिशोषण की क्षमता देखी गई है। अतः यह प्रयोग 1.0×10^{-3}m सांद्रता पर किया गया है।

Abstract

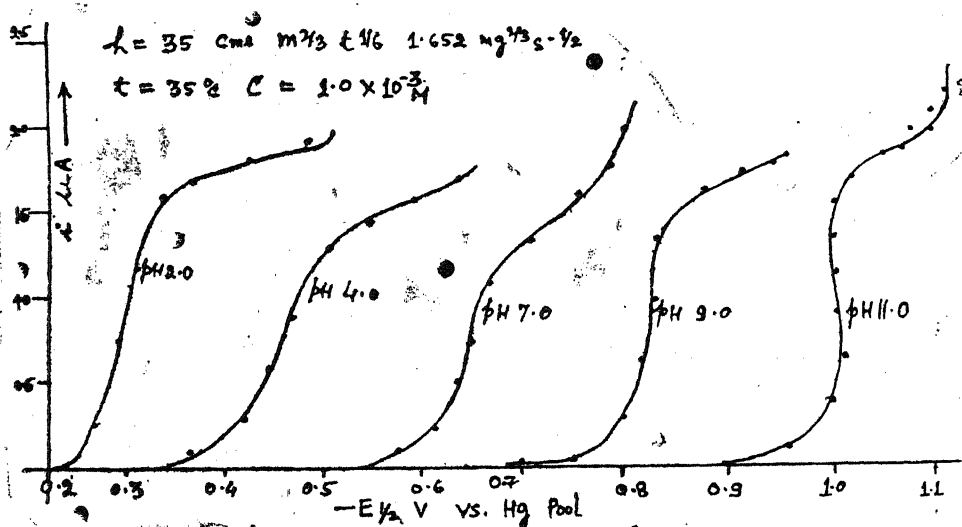
Polarographic reduction of uranine in aqueous media. *By* Aradhana Jain, Vishramlal and U. S. Chaturvedi, Department of Chemistry, M. S. J. Autonomous P. G. College, Bharatpur (Raj.)

Uranine belongs to the xanthene class of dye with yellowish-green coloured solution. Its many industrial applications, including purgative, marker and dyeing wool and silk have been reported. Its polarographic reduction was observed at pH 2.20, 4.0, 7.0, 9.0 and 11.0 in aqeous solution.

One cathodic wave was observed in acidic and neutral media while two cathodic waves were observed in alkaline media at pH 11.0. The first wave at pH 11.0 decreases and the second wave increases with the change of concentration.

Two electron transfer reduction mechanism has been proposed.

प्रयोगात्मक

प्रयोग में तोशनीवाल मैनुअल पोलैरोग्राफ संख्या 39 का प्रयोग किया गया है। ताप स्थायी अवगाह द्वारा 35 डिग्री से. ग्रे. ताप पर प्रयोग किये गये। पारद स्तम्भ की ऊँचाई 35 सें. मी. रखी गई। बिन्दुपाती पारद विद्युतवग्र का कोशिका स्थिरांक 1.652 mg2/3 s-½ था। आंतरिक पारदताल ही निर्देश विद्युतताग्र KCl को सहायक विद्युत्-अपघट्य के रूप में 0.1 M सांद्रता रखकर प्रयुक्त किया गया। बी. आर. बफर द्वारा पी. एच. को 2.20 से 11.0 तक स्थिर किया गया।

आरेख (1)

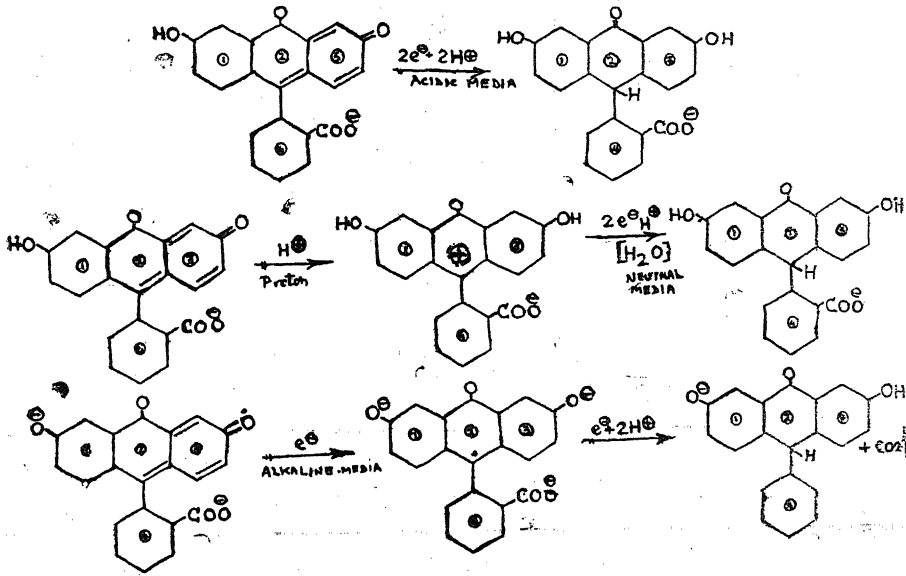
परीक्षण विलयन में आक्सीजनरहित शुद्ध नाइट्रोजन को बीस मिनिट तक बुदबुदाकर विलयन को वायुरहित किया गया तथा सभी प्रायोगिक विलयन अति शुद्ध आसुत जल में बनाये गये। प्रयोग से प्राप्त प्रेक्षण सारणी 1 में प्रदर्शित किये गये हैं।

आरेख संख्या (1) में विभिन्न पी. एच. पर प्राप्त पोलैरोग्राफीय तरंगों को रेखित किया गया।

परिणाम तथा विवेचना

रंजक न तो अधिक और न ही कम सांद्रता पर अच्छे परिणाम देता है। अधिक सांद्रता पर विद्युदग्र की सतह पर अधिशोषण प्रभाव बढ़ जाता है।

विद्युतअपघटन करने पर रंजक 1.0×10^{-3} M सांद्रता पर स्पष्ट कैथोडिक तरंग देता है। यह पाया गया है कि अम्लीय माध्यम तथा उदासीन माध्यम में केवल एक ही तरंग प्राप्त होती है जबकि क्षारीय माध्यम में दो तरंगें प्राप्त होती हैं।

क्षारीय माध्यम में प्राप्त पहली तरंग कम ऊँचाई की तथा दूसरी तरंग अधिक ऊँचाई की प्रेक्षित की गई है।

विद्युत अप चयन की क्रियाविधि

रंजक की सांद्रता बढ़ाने पर सभी पी. एच. पर i_l का मान बढ़ता है। तरंग के अध्ययन से अनुत्क्रमणीय क्रिया प्रतीत होती है [7]।

पी. एच. 11.0 पर प्रथम तरंग का ढ़ाल 0.065 तथा द्वितीय तरंग का ढाल 0.085 आता है।

इन मानों से यह निष्कर्ष निकलता है कि सभी पी. एच. पर क्रिया अनुत्क्रमणीय ज्ञात होती है [8]। जो इनके ढाल से भी प्रमाणित होती है ज्यों-ज्यों पी. एच. बढ़ता है त्यों-त्यों तरंग की अधिक अनुत्क्रमणीय प्रवृति स्पष्ट होती है। पी. एच. 11.0 पर अनुत्क्रमणीय होने का कारण दो तरंगों का बनना माना गया है। उपर्युक्त प्रेक्षण रंजक के विद्युतरासायनिक अपचयन से उत्पन्न संरचना द्वारा परिवर्तन को बताने में समर्थ है।

विवेचना

रंजक जेन्थीन समुदाय का सदस्य है जिसमें चार ऐरोमेटिक वलय होती हैं। इनमें तीन वलय एक तल में स्थित हैं। तथा मध्यस्थ वलय के नीचे एक अन्य चौथी वलय है जो अपचयन में भाग नहीं लेती है। इन संरचनाओं के मध्य चलावयवता संभव है क्योंकि रंजक की प्राकृतिक अवस्था क्विनोनाइड है।

अम्लीय माध्यम में विद्युतअपघटन करने पर वलय संख्या 3 क्विनोन अवस्था से क्विनॉल अवस्था में दो इलेक्ट्रोन तथा दो प्रोटोन के विस्थापन से परिवर्तन करती है। इस क्रिया में वलय संख्या-2 का द्विबंध टूटता है और यह एक प्रोटोन ग्रहण करती है।

उदासीन माध्यम में पी. एच. 7.0 पर रंजक विद्युत क्षेत्र के प्रभाव से प्रोटान ग्रहण करता है जिससे 2 प्रोटान तथा 2 इलेक्ट्रान का विनिमय एकसाथ ही होता है जबकि क्षारीय माध्यम में मूलक द्वारा रंजक स्थायी संरचना प्राप्त करता है। यह पाया गया है कि क्षारीय माध्यम होने पर विलयन का रंग गहरा होता है। यह रंग अधिक गुलाबीपन लिये हुए होता है, जो कि संभवतः वलय संख्या 2 पर मूलक के कारण हो सकता है।

सारणी 1

यूरेनाइन का लॉग प्लाट विश्लेषण

सांद्रता 1.0×10^{-3} M क्र. सं.	पी. एच.		स्थिर ताप 35°C $-E_{\frac{1}{2}}$	il (uA)	ढाल
1.	2.25		0,45	0.215	0.052
2.	4.00		0.53	0.275	0.048
3.	7.19		0.75	0.312	0.050
4.	9.0		0.95	0.355	0.085
5.	11.0	(i)	1.1	0.130	0.065
		(ii)	1.3	0.085	0.085

पी. एच. 11.0 पर दो तरंगें प्राप्त होती हैं जिनमें पहली तरंग का $-E_{\frac{1}{2}}$ घटता है तथा दूसरी तरंग का $-E_{\frac{1}{2}}$ बढ़ता है। अतः यह सम्भावना भी व्यक्त की जा सकती है कि वलय संख्या 4 से जुड़ा COO^- समूह इलेक्ट्रान त्याग कर पहले COO° मूलक तथा बाद में कार्बन डाइआक्साइड के रूप में बाहर निकलता है जिससे स्थायी सरंचना प्राप्त करके प्रथम तरंग की il / it घट जाती है तथा दूसरी तरंग की il बढ़ जाती है। अतः रंजक क्षारीय माध्यम मे अम्लीय तथा उदासीन माध्यम की अपेक्षा अधिक स्थायी होता है।

प्रयोग के बाद विलयन का अवशोषण स्पेक्ट्रम लेने पर λmax 265nm पर प्राप्त हुआ जो बेंजीन वलय पर n से π^* संक्रमण तथा मूलक बनने के पक्ष में प्रमाण देता है [9–10]।

कृतज्ञता-ज्ञापन

लेखकगण विश्वविद्यालय अनुदान आयोग, नई दिल्ली द्वारा आर्थिक सहायता प्रदान करने तथा जोधपुर विश्वविद्यालय के विभागाध्यक्ष सेवानिवृत प्रोफेसर डा. आर. सी. कपूर का शोध कार्य एवं विचार विमर्श में सहायता के लिये हृदय से आभार व्यक्त करते हैं।

निर्देश

1. चतुर्वेदी, यू. एस. तथा कपूर, आर. सी., J. Indian Chem. Soc. 1982, 59, 210.
2. चतुर्वेदी, यू. एस., ट्रांस. SAEST, 1982, N-217
3. चतुर्वेदी, यू. एस., Natl. Acad. Sci. Letters, 1985, 8, 75
4. भारतीय, मीना तथा चतुर्वेदी, यू. एस., विज्ञान परिषद् अनु० पत्रिका, 1990, 33, 239.
5. भारतीय मीना, तथा चतुर्वेदी, यू. एस., वही, 1991, 34, 267
6. भारतीय, मीना तथा चतुर्वेदी, यू. एस., वही, 1992, 35, 311
7. कपूर, आर. सी., Principles of Polarography AMBO Publishing Company Tigbau (ROC) 1990.
8. कपूर, आर. सी. तथा अग्रवाल, वी. एस., Principles of Polarography . Wiley Eastern Limited. 1991
9. विलियम, डी. एच. तथा फ्लेमिंग, आई., Spectroscopic methods in organic Chemistry Tata MacGraw Hill Publishing Company Limited. 1962
10. डायर, जे. आर. Application of Absorption Spectroscopy of organic compounds. 1990

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 36, No. 4, 1993

अवसादी संरचनाएं : मिर्जापुर (उत्तर प्रदेश) के गंगा अवसाद का एक अध्ययन

अजय श्रीवास्तव, महाराज नारायण मेहरोत्रा तथा रामनारायण सिंह यादव
भू-विज्ञान विभाग, काशी हिन्दू विश्वविद्यालय, वाराणसी

[प्राप्त—जनवरी 3, 1993]

सारांश

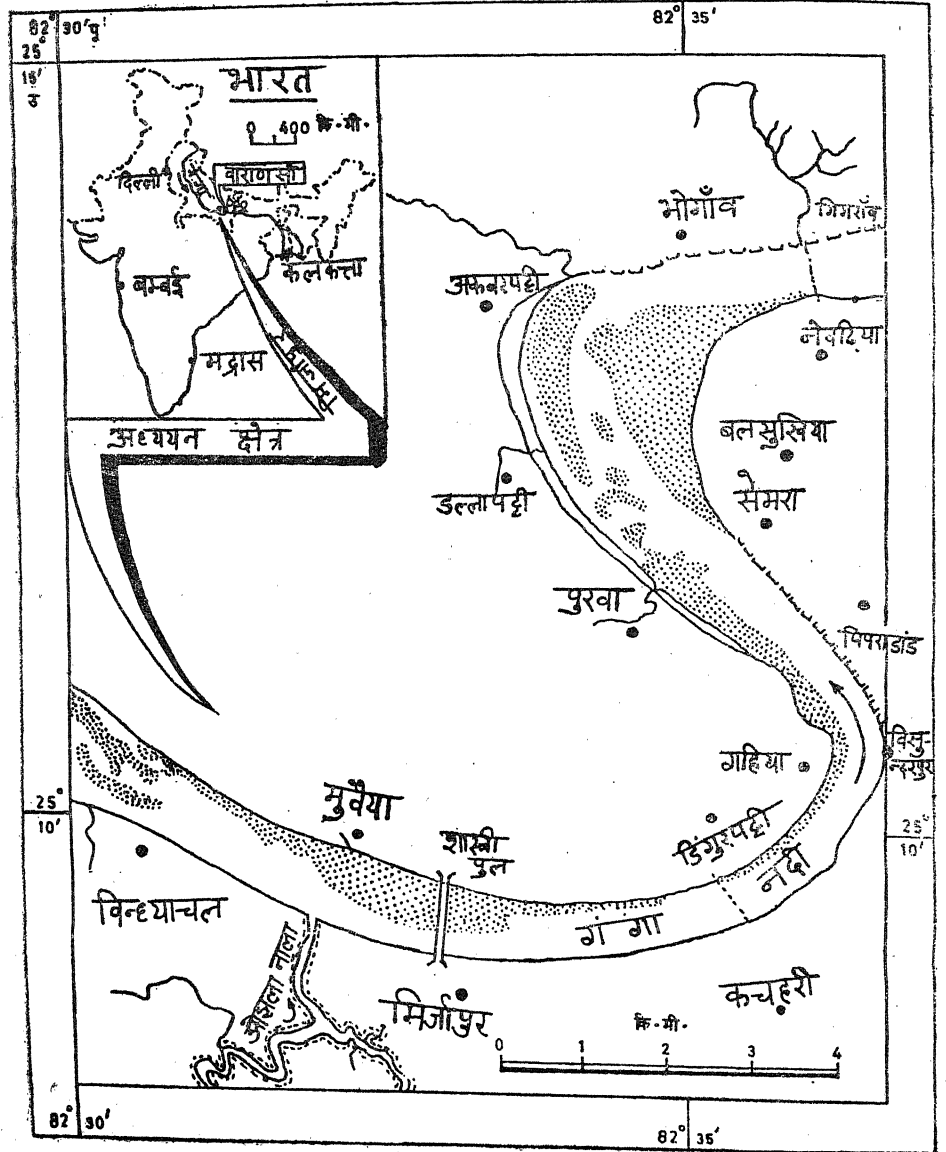
प्रस्तुत शोध प्रपत्र में मिर्जापुर के गंगा अवसाद में दृष्टिगत अवसादी संरचाओं की विवेचना की गयी है। नदी के अनुतटीय और समीपस्थ भागों में संस्तरण, समानान्तर पटलन, क्रॉस संस्तरण, उर्मिका चिह्न, पंक विदर एवम् पथ व पद चिह्न दृष्टिगोचर हुए हैं। अध्ययन क्षेत्र में द्वितीयक अवसादी संरचनाओं का निर्माण नगण्य है। उपर्युक्त वर्णित अवसादी संरचनाओं की भौमिकीय महत्ता पर भी प्रकाश डाला गया है।

Abstract

Sedimentary structures : A case study of Ganga sediments of Mirzapur, Uttar Pradesh. *By* Ajai srivastava, Maharaj Narain Mehrotra, and Ram Narain Singh Yadav Department of Geology, Banaras Hindu University Varanasi-

The paper deals with the various sedimentary structures as noticed in the Ganga sediments of Mirzapur, Uttar Pradesh. The primary sedimentary structures include bedding, parallel lamination, cross bedding, ripple marks, mud cracks and tracks and trails. However, secondary structures are practically nil in the area. Geological significance of these sedimentary structures have also been discussed.

अवसादी संरचनायें, अवसादी शैलों में कार्यरत भौतिक, रासायनिक व जैव प्रक्रमों के फलस्वरूप निर्मित होती हैं। इन संरचनाओं को हम दो भागों में विभाजित कर सकते हैं - प्राथमिक अवसादी संरचनाएँ व द्वितीयक अवसादी संरचनाएं। जैसा कि नाम से ही सुस्पष्ट है प्राथमिक अवसादी संरचनाएं

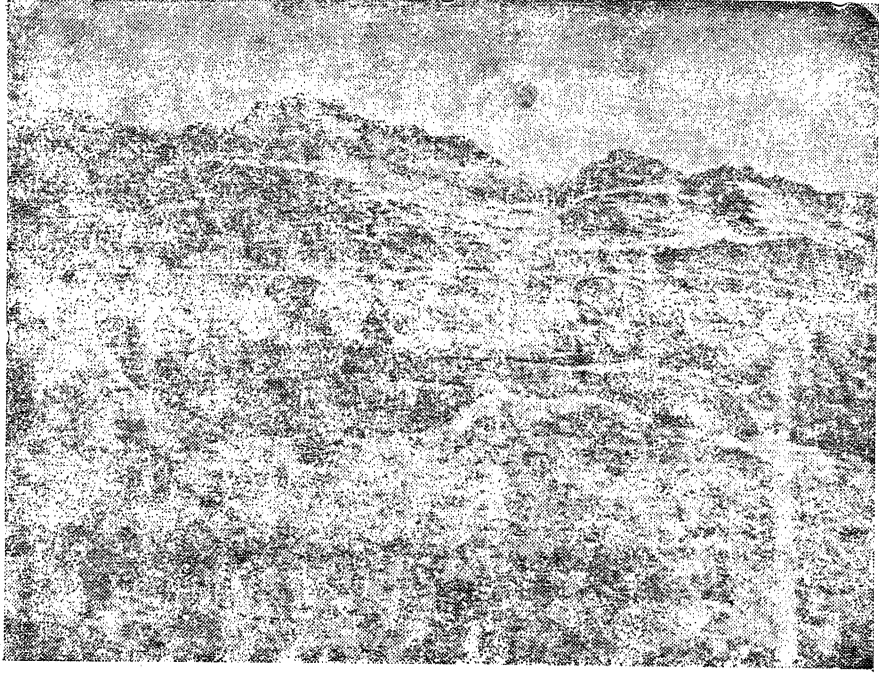
82° 30' पू
25° 15' उ
82° 35'
भारत
0 400 कि॰मी॰
दिल्ली
वाराणसी
कलकत्ता
बम्बई
मद्रास
अध्ययन क्षेत्र
भोगाँव
गिगराँव
अकबरपट्टी
नेवढ़िया
बलसुखिया
डल्लापट्टी
सेमरा
पुरवा
पिपराडांड
गहिया
विसुन्दरपुर
25° 10'
मुवैया
शास्त्री पुल
डिंगुरपट्टी
नदी
गंगा
विन्ध्याचल
ओझला नाला
मिर्जापुर
कचहरी
कि॰मी॰
0 1 2 3 4
82° 30'
82° 35'

चित्र-1

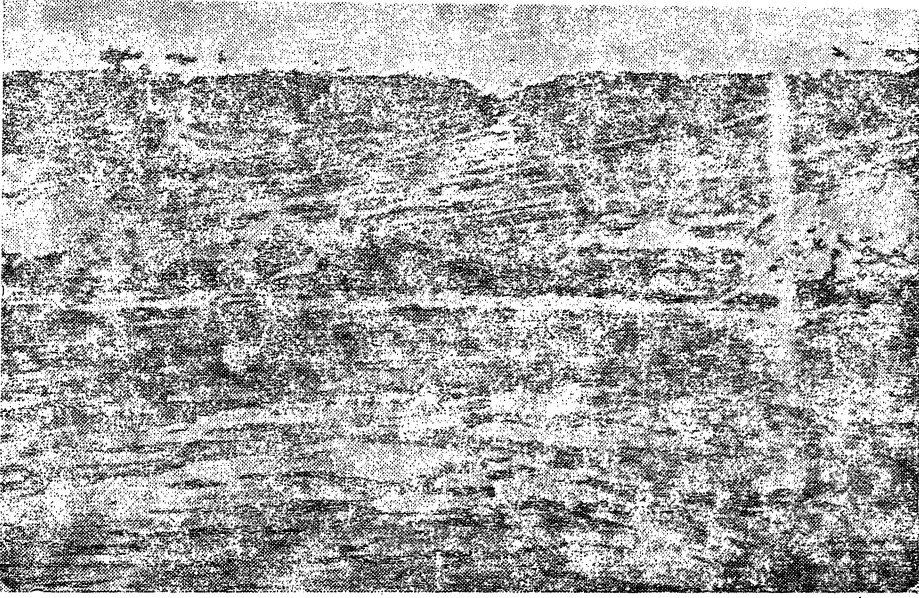
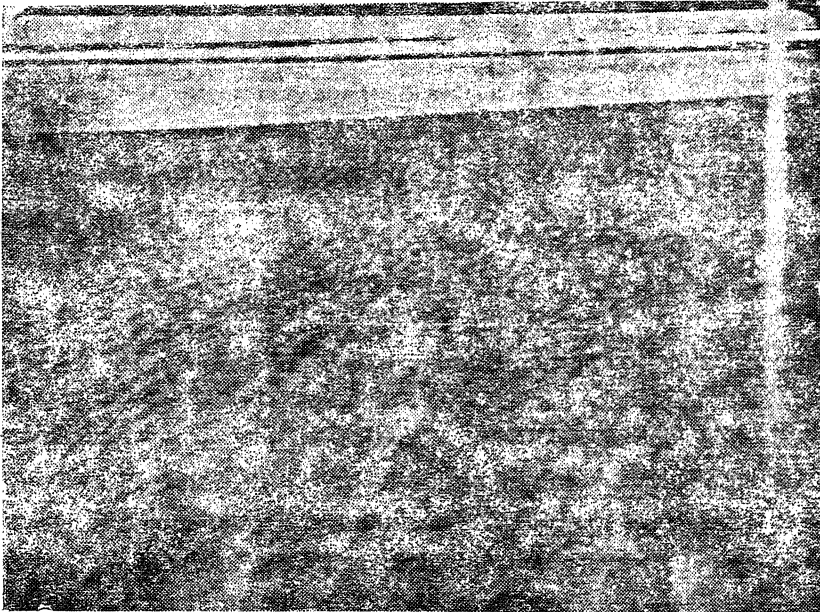
या तो अवसाद के निक्षेपण के समय ही बनती हैं या अवसाद के निक्षेपण और संपीडन के मध्यकाल में। उनकी उपस्थिति अवसादी चट्टानों का एक स्वाभाविक गुण है। अवसादन के समकालीनप्राय या उत्तर-गामी रासायनिक क्रियाओं के फलस्वरूप द्वितीयक अवसादी संरचनाएं निर्मित होती हैं। अध्ययन क्षेत्र में द्वितीयक अवसादी संरचनाएं लगभग नहीं हैं। यहाँ गंगा नदी के तटीय भागों में दृष्टिगत अवसादी संरचनाओं की संक्षिप्त विवेचना की जा रही है। नदी के अनुतटीय और समीपस्थ भागों में निम्नलिखित अवसादी संरचनाएं दृष्टिगोचर हुई हैं - संस्तरण, समानान्तर पटलन, कॉस संस्तरण, उर्मिका चिह्न, पंक विदर एवम् पथ व पदचिह्न। अध्ययन क्षेत्र में वृहत् संरचनात्मक लक्षण तथा क्षेत्रीय वलन एवं भ्रंशन नहीं हैं। अध्ययन क्षेत्र एक मैदानी क्षेत्र है और मध्य गंगा बेसिन के अन्तर्गत आता है। क्षेत्र का केन्द्रबिन्दु मिर्जापुर शहर भारत के सभी प्रमुख शहरों से रेल एवं सड़क सेवा से जुड़ा है। अध्ययन क्षेत्र में नदी विसर्पाकार हो जाती है (चित्र 1)। नदी में प्रतिवर्ष बाढ़ आती है जिसकी तीव्रता समय-समय पर परिवर्तित होती रहती है।

अध्ययन क्षेत्र में अवसादी संरचनाएँ :

संस्तरण : जलीय माध्यम में अपरदित पदार्थों के तह पर तह निक्षेपित होने की प्रक्रिया अवसादी प्रक्रमों के अन्तर्गत आती है। निक्षेपित तह की विभिन्न मोटाइयां होती हैं। संस्तरण का निर्माण एक सेंटीमीटर से अधिक मोटी परतों के निक्षेप के फलस्वरूप होता है। संस्तरण की मोटाई एवं कण साइज में सीधा (प्रत्यक्ष) सम्बन्ध होता है। संस्तरण स्थिर भौतिक प्रावस्था में निक्षेपित होते हैं। यद्यपि प्रकृति में हमें स्थिर भौतिक प्रावस्था शायद ही देखने को मिलती है। पायने (1942) ने 1 सेंटीमीटर से अधिक मोटी "परतों" के लिए "स्तर" का प्रयोग किया जिन्हें प्रत्यक्षतः अपने से ऊपर की व निचली परतों से पृथक किया जा सके, यह पृथक्करण, शैल लक्षण में परिवर्तन, एक स्पष्ट, तीक्ष्ण भौतिक भंग या दोनों से निर्धारित होता है। अपने संचयन के पूर्व वाहित यांत्रिक निक्षेप स्ववाहित कारकों के द्वारा हल्के तथा भारी पदार्थों में विभक्त हो जाते हैं। पृथक्करण का यह गुण बहते हुए जल व वायु की विशेषता है। जैसे ही वाहित धारा का प्रवेश कमजोर पड़ जाता है यह केवल हल्के पदार्थों को ही ले जा सकने में समर्थ होता है और ये पदार्थ यत्र-तत्र सूक्ष्म कणों के परतों के रूप में जमा हो जाते हैं। वाहित धारा की तीव्रता अधिक होने पर भारी बड़े कणों का परिवहन होता हैं फलतः ये कण स्थूल कणों के रूप में पूर्व निक्षेपित सूक्ष्म कणों के ऊपर जमा होते हैं। इस प्रकार वाहित कारकों की क्षमता में परि-वर्तन से स्तरी संरचना वाले "निक्षेप" निर्मित होते हैं, जिन्हें संस्तरण या स्तरविन्यास कहते हैं।

अध्ययन क्षेत्र में संस्थूल संस्तरण पर्याप्त रूप से विद्यमान हैं। **चित्र 2 अ**, शास्त्री पुल के निकट गंगा के दाँये तट पर दृष्टिगत स्थूल संस्तरण को परिलक्षित करता है। संस्तरण अध्ययन क्षेत्र में दूर-दूर तक विद्यमान हैं।

समानान्तर पटलन : समानान्तर पटलन का निर्माण अवसादी कणों के समानान्तर परतों के रूप में निक्षेपण के कारण होता है। पटलन में प्रत्येक परत की मोटाई 1 सेंटीमीटर से कम होती है। पटलन का निर्माण निलम्बित सूक्ष्म अवसादों जैसे गाद, मृत्तिका के निक्षेपण से होता है और ये अपने ऊपर व नीचे के स्तरीय पृष्ठों से आबद्ध रहते हैं।

चित्र 2· (अ) गंगा के दाँये किनारे व शास्त्री पुल के समीपस्थ संस्थूल संस्तरण; अध्ययन क्षेत्र में नदी के कटान की ओर प्राप्त होने वाली एक प्रमुख अवसादी संरचना ।

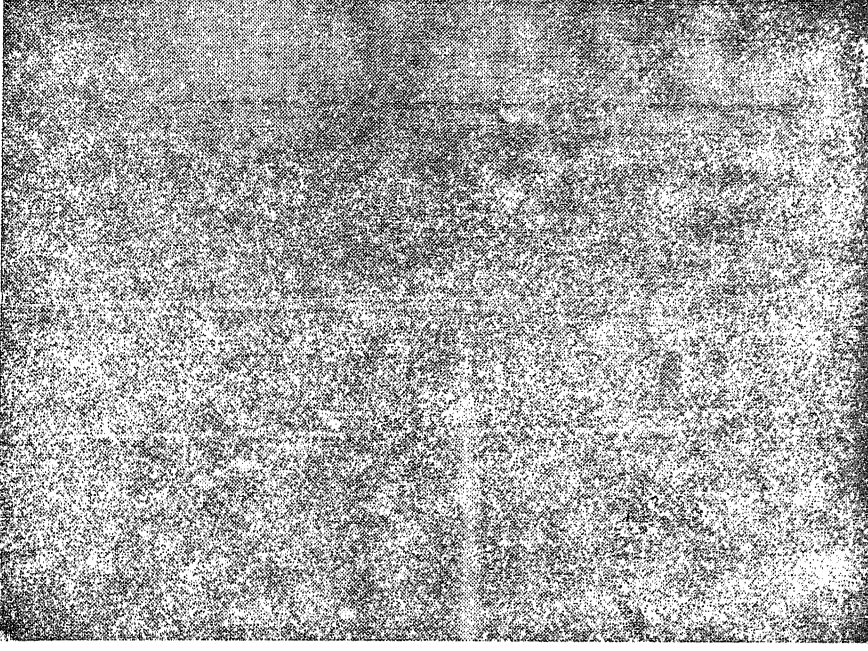
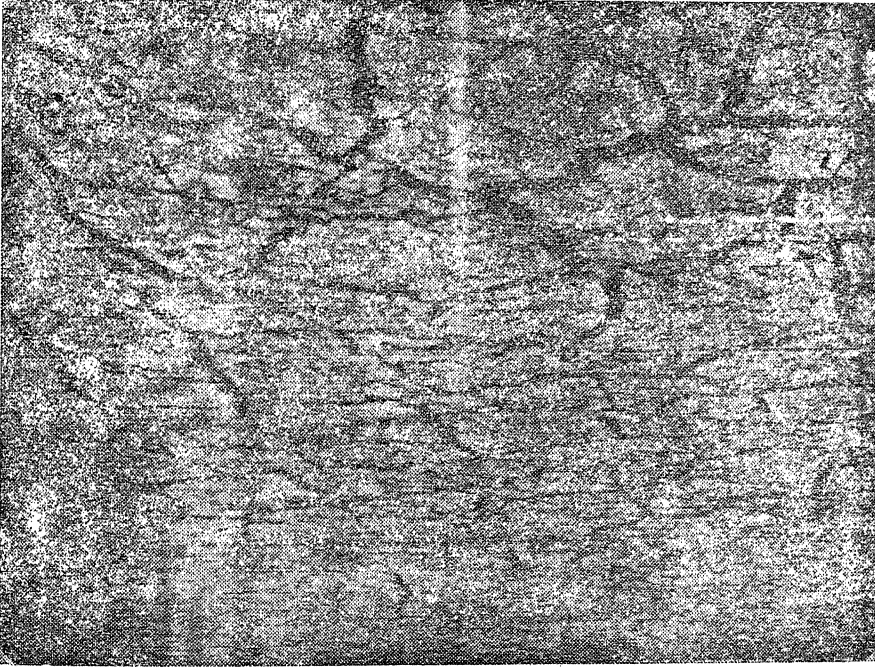
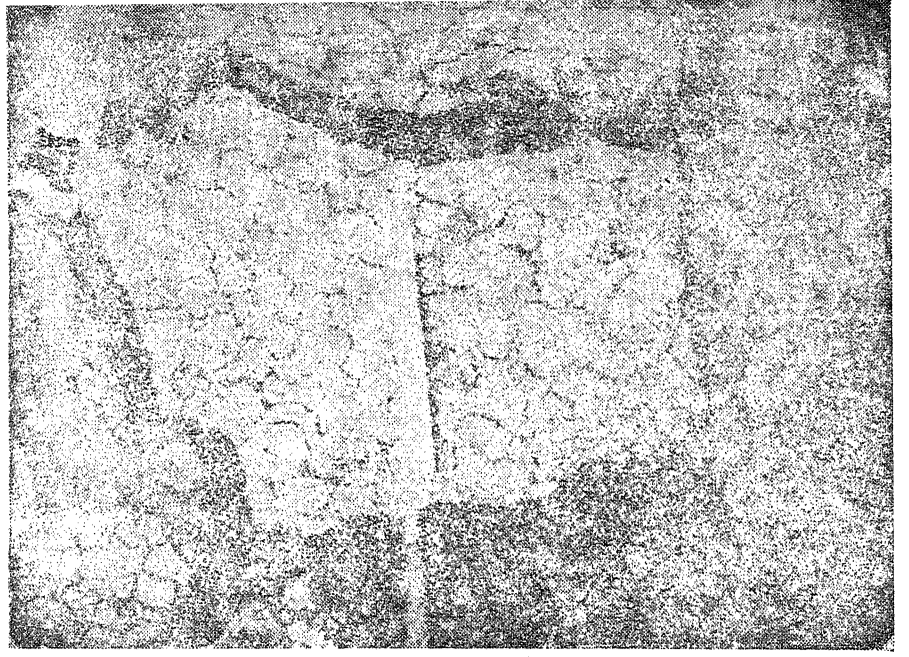
(ब) क्षेत्र में विसुन्दरपुर के निकटवर्ती तटीय अवसादों में विद्यमान समानान्तर पटलन जो विभिन्न गठन के ऋजु समानान्तर एकान्तर परतों से निर्मित है ।

चित्र 2. (स) बलसुखिया के समीप एवं नदी के दाँये तट के अवसाद में विद्यमान न्यूनकोणीय क्रॉस पटलन ।

(द) अध्ययन क्षेत्र में नेवाढ़िया के समीप अवसादी सतह पर दृष्टिगत असममित उर्मिका चिह्न जो उपरिधारा दिशा (अभिपवन पार्श्व) में मंद ढाल लिए एवं अनुधारा दिशा (प्रतिपवन दिशा) में सीधी ढाल लिए हुए है ।

चित्र 2ब, में क्षेत्र में विसुन्दरपुर के निकटवर्ती जलमार्ग तटीय अवसादों में विद्यमान समानान्तर पटलन प्रदर्शित हैं। प्रत्येक पटल को उसके गठन (कण साइज) और/अथवा रंग के आधार पर पहचाना जा सकता है। पटलों की गठनीय विभिन्नता को जल के प्रवाह व वेग से सम्बन्धित किया जा सकता है जबकि पटलों के रंग में परिवर्तन जलीय रसायन के परिवर्तन के कारण होता है [6]। चित्र 2 ब, एक सामान्य पटलन को प्रदर्शित करता है जो विभिन्न गठन के सीधे समानान्तर एकान्तर परत के सम्मिलन से निर्मित है। कुछ स्थानों पर यह पाया गया है कि पटलनों को न केवल कणों के गठन व साइज के आधार पर अपितु रंग में अन्तर के आधार पर विभेदित किया जा सकता है। पटलन में प्रत्येक पटल की मोटाई 1 सेंटीमीटर से कम है परन्तु प्रत्येक पटल विशेष की मोटाई परिवर्तित हो सकती है। इस प्रकार के पटलनों का निर्माण अवसादी पदार्थों के निक्षेपण में अथवा उनके संभरण-दर में विभिन्नता के कारण होता है। इन विभिन्नताओं को निक्षेपित धारा के स्थानान्तर, मौसमीय कारणों और आवर्ती तूफान, झंझावात वा बाढ़ से भी सम्बन्धित किया गया है।

क्रॉस संस्तरण : क्रॉस संस्तरण को संस्तर का आन्तरिक अभिलक्षण माना जाता है। ये क्रास संस्तरण दीर्घ उर्मिका अथवा बालू तरंग या टिब्बा के अभिगमन के ही उत्पाद हैं, जिसका आकार क्रॉस संस्तरण का माप निर्धारित करता है। बालू टिब्बा के अभिगमन से बड़े माप के क्रॉस संस्तरण, तथा उर्मिका अभिगमन के द्वारा छोटे माप के क्रॉस स्तर विन्यास उत्पन्न होते हैं। इन दीर्घ उर्मिकाओं के तरंग-दैर्ध्य एक मीटर अथवा अधिक व कुछ जगहों पर दसियों मीटर हो जाते हैं और आयाम दसियों सेंटीमीटर तक पहुँच जाता है। उनका अति मंद ऊर्ध्वप्रवाह ढाल मात्र एक या दो डिग्री (अंश) तक ही होता है।

क्रॉस संस्तरण को क्रॉस-पटलन, धारा संस्तरण और तिर्यक् संस्तरण के नाम से भी जाना जाता है। क्रॉस-संस्तरण का माप बालू-टिब्बा के ऊंचाई से निर्धारित है, जबकि क्रॉस-संस्तरित एकक की आकारिकी का निर्धारण उर्मिका अथवा टिब्बा (बालू तरंग) के आकारिकी से किया जाता है।[1]

अध्ययन क्षेत्र में क्रॉस-पटलन बहुलता में हैं। चित्र 2 स, में बलसुखिया के समीप व नदी के दांये तट के अवसाद में विद्यमान न्यून कोणीय क्रॉस पटलन को दर्शाया गया है। संस्तर अल्प आनत है अर्थात् 15-20 अंश के बीच झुका हुआ है और अधिकतम नति अनुधारा की तरफ है। एकक विशेष की मोटाई कुछ मिलीमीटर से लेकर अधिकतम 1 सेंटीमीटर तक परिवर्तित होती है।

उर्मिका चिन्ह : भारी व हल्के बालू कणों में प्राप्त उर्मिका चिन्ह एकान्तर कटक व गर्त है जो या तो जल तरंगों के दोलन गति से निर्मित होता है अथवा वायु या जल के प्रवाह से। जब बालू संस्तर पर प्रवाहित धारा एक निश्चित वेग ग्रहण कर लेती है तो बालू के कण गति की अवस्था में आ जाते हैं, फलतः बालू की सतह पर उर्मिका बनते हैं। अति लम्बे, आवश्यक रूप में समानान्तर एवं लगभग समान दूरी पर अवस्थित कटकों से बनी ये धारा उर्मिका, धारा के लम्बवत् सीधी या मंद वक्र रेखाओं की ओर झुकी होती हैं [8]। किसी विशेष पर्यावरण में उर्मिकाओं के शीर्ष का झुकाव, जल अथवा वायु के प्रवाह

चित्र 3. (अ) नदी के बांये किनारे व मुवैया के समीप उथले जल में भीगे अवसाद पर निर्मित असममित उर्मिका चिन्ह ।

(ब) अध्ययन क्षेत्र में नेवाढ़िया घाट के निकट दृष्टिमान पंक विदर, जिसकी लम्बाई 3-50 सेंटीमीटर तक विचरित होती है एवं अधिकतम गहराई 7.0 सेंटीमीटर है ।

चित्र 3. (स) नदी के बाँये तट पर अवस्थित गिगरोंव में पंक विदर में पंक विदर का निर्माण। सर्वप्रथम पंक विदर का निर्माण हुआ, तदुपरान्त यह पंक विदर संकुचित होकर द्वितीय कोटि के पंक विदर में परिणत हो गया।

(द) गंगा के बाँये तट पर गहिया के निकट अकेशरुकी, अपृष्ठवंशी जीवों के रेंगने से निर्मित पथ चिन्ह।

पर निर्भर होता है। एलेन [4] ने विभिन्न आकृतिक प्ररूप के आधार पर उर्मिका चिह्नों का वर्णन किया है। यथा - सीधी, नवचंद्राकार, तरंगित, जिह्वाभ उर्मिका। इन उर्मिका चिन्हों से उस समय व्याप्त द्रवगतिकीय स्थिति एवम् पुराधारा दिशा के संदर्भ में महत्वपूर्ण जानकारी प्राप्त होती है।

यह क्षेत्र में प्राप्त होने वाली प्रमुख अवसादी संरचनाओं में से एक है (चित्र 2 द व 3 अ)। क्षेत्र में नेवढ़िया के समीप बालू सतहों पर उर्मिका चिह्न देखे गये हैं (चित्र 2 द)। चित्र 3 अ में मुवैया के निकट उथले जल में भीगे अवसाद पर निर्मित उर्मिका चिह्न प्रदर्शित हैं। उपरिधारा दिशा (अभिपवन पार्श्व) में मंद ढाल लिए हुए एवम् अनुधारा दिशा (प्रतिपवन पार्श्व) में सीधी ढाल लिए हुए ये उर्मिका चिन्ह बहुधा असममित हैं। ये उर्मिका चिन्ह अति लम्बाई, सांतत्य एवम् शीर्ष की ऋजुवत्ता द्वारा अभिलक्षणित होते हैं। इन उर्मिका चिन्हों में सपाट शीर्ष व विशाखन सुस्पष्ट है। उर्मिका शीर्ष, जलमार्ग के तिर्यक रूप से अभिविन्यस्त है एवं अतिप्रवण पार्श्व अनुप्रवाह दिशा में एवं तट की तरफ है। शीर्ष से शीर्ष तक लम्बाई 35-110 मिलीमीटर तक परिवर्तित होती रहती है।

पंक विदर : वे बहुभुजी दरारें, जो प्रारम्भ में अवसादी सतहों पर निर्मित हुईं एवं तदुपरान्त कुछ स्थूल पदार्थों (कणों) से भर गयीं, पंक विदर कहलाती हैं। इन्हें संकुचन विदर, आतप विदर और शुष्कन दरार भी कहते हैं। जल की कमी से होने वाले संकुचन के कारण ये बहुभुजी दरार निर्मित होते हैं। मुख्यतया ये भूपृष्ठीय शुष्कन को निरूपित करते हैं। इनका निर्माण दीर्घ अनावरण एवम् शुष्क व कोष्ण जलवायु वाले क्षेत्रों में भलीभांति होता है। पंक विदर, आतप विदर, शुष्क एवं अर्धशुष्क क्षेत्रों में बड़ी नदियों के बाढ़कृत मैदान, कछार एवं प्लाया की मुख्य विशेषता है। यह महाद्वीपीय उत्पत्ति के होते हैं। जलीय वातावरण में भी जेल सदृश पदार्थों के स्वतः निर्जलीकरण से निर्मित संकुचन दरार, साइनेरेसीस दरार कहलाते हैं। कुछ स्थानों पर, जहाँ अवसाद-आमाप (साइज) सूक्ष्म कोटि यथा अति सूक्ष्म बालू से मृत्तिका तक सीमत है, पंक विदर दृष्टिगोचर हुए हैं (चित्र 3 ब) ; ये रोधिका एवं बाढ़कृत मैदान, जहाँ नदी का जलमार्ग अपेक्षाकृत विस्तृत हो गया है, प्राप्य हैं। पंक विदर मुख्यतः चतुर्भुजी हैं लेकिन पंच और षट्भुज युक्त आकृतियां भी विद्यमान हैं। दृष्टिगत दरार की लम्बाई 3-50 सेंटीमीटर तक परिवर्ति होती है। दरार की गहराई दरार की लम्बाई से सम्बन्धित है और महत्तम 7.0 सेंटीमीटर की गहराई नेवढ़िया घाट के पास देखी गयी है। बहुभुज के सम्बन्ध में पिकार्ड तथा हैाई [9] ने यह सुझाव प्रस्तुत किया कि "समांगी पदार्थों में दरारें समान दूरी पर अवस्थित बिन्दुओं से 60 अंश के कोण पर विकिरित होती हैं और दरारों का प्रतिच्छेदन षट्भुज बनता है। यद्यपि यह शायद ही देखने को मिलता है और अधिकांशतः यह कोण लगभग 90 अंश तक हो जाता है जिसके फलस्वरूप चतुर्भुजी आकृतियों का निर्माण होता है।" यह तथ्य एन्डरसन तथा इवर्ट [6] के प्रायोगिक परिणामों द्वारा भी समर्थित है।

पंक विदर वायु मण्डलीय अनावरण को इंगित करते हैं लेकिन छिछले जल में भी निर्मित हो सकते हैं। जलमार्ग-रोधिका में पाये जाने वाले पंकविदर अल्पकालिक प्रवाह की शर्तों को प्रकट करते हैं। इनका प्रयोग धारा की दिशा ज्ञात करने के लिए किया जा सकता है।

क्षेत्र में गिगरांव में पंक विदर में पंक विदर का निर्माण पंक विदर के संदर्भ में प्रमुख लक्षण है। सर्वप्रथम पंक विदर का निर्माण हुआ, तदुपरान्त यह पंक विदर संकुचित होकर द्वितीय कोटि के पंक विदर में परिणत हो गया (चित्र 3स)।

पथ व पदचिन्ह : गंगा नदी के तटवर्ती अवसादी निक्षेपों पर दृष्टिगत अवसादी संरचनाओं में पथ व पदचिन्ह प्रमुख हैं। बालू के संस्तर सतह पर निर्मित होने वाले ये जैविक लक्षण संस्तरण के लम्बवत भी देखे जा सकते हैं। स्थलचर विशेषतया बाढ़कृत मैदान व कछार में सूक्ष्मकणिक अवसादों पर पथ एवं पद-चिन्ह छोड़ जाते हैं। गंगा नदी के तटवर्ती क्षेत्रों में मानव, गाय, बैल, भैंस व अन्य स्तनधारी के पदचिन्ह अधिकता में देखे गये हैं। गंगा के बाँये तट पर गढ़िया के निकट अकशेरुकी और अपृष्ठवंशी जीवों के रेंगने से पथ चिन्ह को चित्र 3 द में दर्शाया गया है।

अवसादी संरचनाओं की भौमिकीय महत्ता : अवसादी संरचना का अध्ययन निक्षेपण के वातावरण, माध्यम की ऊर्जा दशा, अवसाद-निक्षेपण की गहराई, अवसाद-आपूर्ति की दर और उसका अवतलन, रासायनिक वातावरण, अवसादन की अवधि, निक्षेपण के पश्चात् हुए विभिन्न परिवर्तन एवं अवसाद को प्रभावित करने वाले रासायनिक परिवर्तन के संदर्भ में उपयोगी हैं। इसके अलावा ये कुछ कारकों यथा वेग, द्रवचालित एवं द्रव व अवसाद के पारस्परिक क्रिया के समय धारा की दिशा का एक निश्चित सीमा तक संकेत प्रस्तुत करते हैं [3,10]।

अध्ययन क्षेत्र में स्थूल संस्तर में विद्यमान विभिन्न संस्तरों के मध्य समानान्तर संस्तर निक्षेपी द्रोणी में समान निक्षेपी दशायें प्रदर्शित करता है। क्षेत्र की स्तरीय संरचना में बालू कणों की प्रमुखता निक्षेप के समय नदी की उच्च ऊर्जा युक्त धारा को इंगित करता है। ये बलुआ कण एकसमान वेग के रेखीय प्रवाह में निक्षेपित हुए हैं।

क्षेत्र में समानान्तर पटलन स्थूल कणों और सूक्ष्म कणों—गाद, सूक्ष्म बालू व मृत्तिका—गहरे और हल्के वर्ण के गादीय परतों, जो जैवीय पदार्थों की मात्रा में विभिन्नता के कारण बने हैं, एवं कैल्सियम कार्बोनेट व गाद के एकान्तरण से निर्मित हुआ है। इस प्रकार के पटलनों का कारण आपूर्ति दर में अन्तर या विभिन्न प्रकार के पदार्थों का जमाव है। निक्षेपी धारा में अल्पकालिक विक्षेप, जलवायवीय कारण और अनावर्ती झंझावात या बाढ़ भी इस प्रकार के परितर्वन के कारण बताये गये हैं। [8] क्षेत्र में पटलनों में अल्प विभेदन प्रदर्शित करता है कि वह जल, जिसमें अवसाद का संचय हुआ था, काफी शान्त था।

क्रॉस संस्तरण निक्षेपी धारा के वेग में स्थानीय एवं अल्पकालिक उच्चावचन अभिलेखित करता है। पहले स्तर के ऊपर द्वितीय क्रॉस संस्तरित इकाई सुस्पष्ट और पृथक है एवं एक व नया भिन्न निक्षेपी चक्र प्रस्तुत करता है। गंगा अवसाद में प्राप्त क्रॉस संस्तरण छिछला जल एवं मध्यम से उच्च ऊर्जा युक्त निक्षेपी वातावरण प्रकट करता है।

क्षेत्र में असममित उर्मिकाएं, जो जल मार्ग के किनारों की तरफ विक्षेपित हो गयी हैं, धारा जनित तरंगों द्वारा बनी है [9]।

बहुभुजी पंक विदर समूह का निर्माण ऊपरी सहत में जल की कमी के कारण उत्पन्न संकुचन के प्रभाव से माना जा सकता है। शुष्कन दीर्घ अनावरण में सूर्य की गर्मी से उत्पन्न होते हैं। ये पंक विदर सदैव यह सूचित करते हैं कि वह जल, जिसमें पंक या मृत्तिका का संचय हुआ था, अपेक्षाकृत छिछला था।

पथ व पदचिह्न एक प्रकार के जैवीय पृष्ठ चिन्ह् को समाहित करते हैं और वे प्रायः जलमार्ग के किनारे पाये जाते हैं।

कृतज्ञता-ज्ञापन

वरिष्ठ लेखक (अजय श्रीवास्तव) वैज्ञानिक एवं औद्योगिक अनुसन्धान परिषद्, नई दिल्ली, भारत सरकार के प्रति आभारी है जिसने उन्हे गंगा अवसाद पर कार्य करने हेतु "रिसर्च एसोसिएटशिप" एवार्ड की। विभागाध्यक्ष, भू-विज्ञान विभाग, काशी हिन्दू विश्वविद्यालय के प्रति लेखक कृतज्ञता ज्ञापित करते हैं, जिन्होंने समुचित विभागीय सुविधा उपलब्ध कराई।

निर्देश

1. एलेन, जे. आर. एल., लिवरपूल एण्ड मेन्चेस्टर जिआल जर्नल. 1963, 3 (2) 2 187-236,
2. एलेन, जे. आर. एल., सेडिमेन्टोलॉजी, 1963, 2, 93-114.
3. एलेन, जे. आर. एल,. सेडिमेन्टोलॉजी. 1968, 6, 153-180.
4. एलेन, जे. आर. एल., करेन्ट रिफिल्स-देयर रिलेशन टू पैटर्न्स आफ वाटर एण्ड सेडिमेन्ट मोशन. नार्थ-हालैण्ड पब्लि. कं. एम्स्टर्डम. 1965 पृष्ठ 433.
5. एन्डरसन, जे. जे., तथा इवर्ट, जे. आर., जिओल, सोसा. अमेरि. प्रोग्रा. अन. मीटिंग. 1964 4-5.
6. कॉलमेन, जे. एम., तथा गैग्लियानो, एस. एम., 1965 : सेडिमेन्टरी स्ट्रक्चरस, मिसिसिपीरिवर डेल्टाइक प्लेन. इन प्राइमरी सेडिमेन्टरी स्ट्रक्चरस एण्ड देयर हाइड्रोडायनमिक इन्टरीप्रटेशम. जी. वी. मिडिलटन (सम्पादक) एस. इ. पी. एम. सप्लि. पब्लि. (12) 133-148.
7. पायने, टी. जी., बुल. अमे. एसो. पेट्रो. जिआल. 1942, (26), 1697-1770.
8. पेटिजॉन, एफ. जे., सेडिमेन्टरी राक्स्. थर्ड इडिसन. हार्पर एण्ड रो. पब्लि.न्यूयार्क, लन्दन. 1975 पृष्ठ 628.
9. पिकार्ड, एम. डी., तथा हाई, एल. आर. जे., 1973 : सेडिमेन्टरी स्ट्रक्चर्स आफ इफेमेरल स्ट्रीम्स. डेवलपमेन्ट्स इन सेडिमेन्टोलॉजो. एलसेवियर, साई. पब्लि. कं. ऐम्सटर्डम 1973, (17) 223.
10. रेनेक, एच. एफ. तथा सिंह, आई. बी., डिपाजीसनल सेडिमेंटरी एनवाइरनमेंट्स स्प्रिंगर वरलॉग. बर्लिन, न्यूयार्क, 1975, पृष्ठ 439

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 36, No. 4, 1993

2-मरकैप्टोप्रोपेनोइक अम्ल की सहायता से Ru(III) का सूक्ष्ममात्रिक एम्पियरीय आकलन

ओ० पी० अग्रवाल, के० के० वर्मा, एस० पी० खटकड़ तथा राजेश कुमार मलिक
रसायन विभाग, महर्षि दयानन्द विश्वविद्यालय, रोहतक (हरियाणा)

[प्राप्त—अक्टूबर 1, 1992]

सारांश

7% एसीटिक अम्ल में बने 2.5 M NaCl विलयन माध्यम (pH=2.00) में 2-मरकैप्टो-प्रोपेनोइक अम्ल (RSH) अनुमापक की सहायता से बिन्दुपाती पारद इलेक्ट्रोड (d. m. e.) पर Ru(III) के एम्पियरीय आकलन की एक नई विधि प्रस्तुत की गई है। इस माध्यम में Ru(III) का द्विपदीय कैथोडी अपचयन तो पहले से ज्ञात था परन्तु देखा गया कि RSH भी अपनी सामान्य एनोडी तरंग ($E_{1/2}=-0.12$ V Vs s. c. e.) देता है। अनुमापन वोल्टता (−0.05 V) RSH एवं Ru(III) की प्रथम तरंग के उभय सीमांत धारा क्षेत्र में पड़ती है। दोनों स्पीशीजों के मध्य किसी प्रकार की रासाय-निक अभिक्रिया के संकेत नहीं मिले तथा अनुमापन का आधार एनोडी (RSH) एवं कैथोडी (Ru^{III}) धाराओं का परस्पर सन्तुलन प्रतीत होता है। Ru(III) : RSH अनुमापनी मोलीय अनुपात 1:0.66 है तथा नई विधि 5 ppm सान्द्रता तक के तनु Ru(III) विलयनों के शुद्ध आकलन में सक्षम है। नई विधि में बाह्य धनायनों एवं ऋणायनों के व्यतिकरण का भी अध्ययन प्रस्तुत किया गया है।

Abstract

Amperometric trace determination of Ru(III) with the help of 2-mercaptopropanoic acid. *By* O. P. Agrawal, K. K. Verma, S. P. Khatkar and Rajesh Kumar Malik, Chemistry Department, Maharshi Dayanand University, Rohtak (Haryana).

A new amperometric method of determining Ru(III) at d. m. e. (Vs. s. c. e.) with the help of 2-mercaptopropanoic acid (RSH) in the medium consisting of 2.5 M NaCl in 7% acetic acid is reported. While two-stage cathodic reduction of Ru(III) in this medium has been known, RSH was also found to give its characteristic reversible, one-electron anodic wave ($E_{1/2}=-0.12$ V). Titrations, employing RSH as titrant, can be carried out only at some voltage (here, −0.05 V) which falls in the

common limiting region of RSH as well as the first cathodic wave of Ru(III). No chemical reaction between the two species is indicated and the basis the new titrimetric method seems to be the current compensation phenomenon. Ru(III) : RSH null point molar ratio is 1:0.66 and Ru(III) solutions as dilute as 5 ppm can be estimated with high degree of accuracy. Interference study of various cations and anions is also reported.

र्यूथेनियम के आकलन की ज्ञात संवेदनशील विधियाँ बहुत कम हैं[1] एवं सीधी एम्पियरीय विधियाँ तो केवल दो हैं[2,3]। इसलिए Ru(III) के सूक्ष्ममात्रिक विलयनों के आकलन की एक सर्वथा नई एम्पियरीय विधि के विकास का कार्य हाथ में लिया गया तथा विभिन्न धातु आयनों के ऐसे आकलनों में 2-मरकैप्टोप्रोपेनोइक अम्ल (RSH) की ज्ञात दक्षता[4,5] के कारण लक्ष्य की प्राप्ति के लिए उसका ही उपयोग किया गया।

प्रयोगात्मक

सारे कार्य में केवल वैश्लेषिक कोटि के रसायनों तथा द्वि-आसुत जल का उपयोग किया गया। धातु का स्रोत जलयोजित Ru Cl_3 (जानसन मैथी उत्पाद) था। जल-अपघटन रोकने के लिए इसके संभार विलयन के प्रत्येक 100 मि० ली० में 2 मि० ली० 4 N HCl मिलाया गया था। विलयन को पारे के साथ अच्छी तरह हिला लिया गया था ताकि यदि उसमें Ru(IV) थोड़ी भी मात्रा में उपस्थित हो तो वह Ru(III) में अपचित हो जाय; पुनर्उपचयन को रोकने के लिए इस विलयन को सदा पारे के सम्पर्क में ही रखा गया[6]। प्रति सप्ताह Ru(III) का ताजा संभार विलयन तैयार किया जाता था एवं उसका एम्पियरीय आकलन भी किया जाता था[3]। कालप्रभावन तथा वायु-उपचयन को अल्पतम रखने के लिये RSH (मर्क शूचार्ट उत्पादन) विलयन प्रतिदिन नया ही बनाया जाता था तथा उसे मानकीकृत भी किया गया[7]। सभी पोलैरोग्राफीय प्रयोग तथा एम्पियरीय अनुमापन बिन्दुपाती पारद इलेक्ट्रोड (d. m. e.) पर तोशनीवाल इंडिया के हस्तचालित पोलैरोग्राफ (मॉडल CLO 2 A) की सहायता से सम्पादित किये गये तथा सन्दर्भ (मानक) इलेक्ट्रोड के रूप में संतृप्त कैलोमेल इलेक्ट्रोड (s. c. e.) का उपयोग किया गया। सेल-विलयन से वायु के निष्कासन के लिये परिशोधित नाइट्रोजन का प्रयोग किया गया। माध्यम के रूप में 7% ऐसीटिक अम्ल में बने 2.5 M NaCl विलयन (pH=2.00) का उपयोग किया गया। Ru(III) विलयनों की प्रत्येक सान्द्रता के लिये कम से कम तीन अनुमापन किये गये तथा आकलनों के मानक विचलन एवं विचरण गुणांक परिकलित किये गये।

परिणाम तथा विवेचना

देखा गया कि ऊपर बताये गये माध्यम में RSH एक विसरण-नियन्त्रित, उत्क्रमणीय, एक-इलेक्ट्रॉनी एनोडी तरंग देता है जो निम्नलिखित इलेक्ट्रोड अभिक्रिया के संगत है :

$$RSH + Hg \leftrightharpoons RS{-}Hg + H^+ + e^-$$

स्पष्ट है कि इस माध्यम में भी तरंग की प्रकृति उसी प्रकार की थी जैसी कि कुछ अन्य माध्यमों में विभिन्न शोधकर्ताओं द्वारा देखी गई है[8,9], परन्तु इस शोधपत्र के लेखकों को RSH के पोलैरोग्राफीय आलेख में कोई पूर्व-तरंग दिखाई नहीं पड़ी। तरंग की ऊँचाई सेल-विलयन में RSH सान्द्रता की समानुपाती थी तथा उसका सीमांत धारा क्षेत्र अत्यन्त छोटा, -0.02 V से -0.08 तक था; $E_{1/2}$ मान, -0.12 V (कक्ष ताप $\sim$30°C) निर्धारित किया गया।

इसी प्रयोगशाला के पूर्व-प्रकाशित शोध-पत्रों[2,3] में बताया जा चुका है कि इस माध्यम में Ru(III) दो कैथोडी तरंगे देता है। पहली तरंग >0.0 विभव से ही प्रारम्भ हो जाती है तथा इसका सीमांत धारा क्षेत्र -0.04 V से -0.20 V तक दिखाई पड़ता है। यह तरंग विसरण-नियंत्रित है तथा ऊँचाई, सेल विलयन में Ru(III) सान्द्रता की समानुपाती है। Ru(III) के एम्पियरीय अनुमापन के लिये इसकी इसी पहली तरंग का उपयोग किया गया। अनुमापक के रूप में RSH का प्रयोग किया गया। सभी अनुमापन -0.05 V पर किये गये जो Ru(III) तथा RSH दोनों के उभय सीमान्त धारा क्षेत्र में पड़ता था।

एम्पियरीय आलेख एक लगभग सीधी रेखा के रूप में प्राप्त हुआ जिसके प्रवण (slope) में अत्यन्त हल्का सा परिवर्तन केवल तब दृष्टिगोचर होता है जब यह रेखा अवशिष्ट धारा रेखा (शून्य रेखा) को काटती है। इस प्रकार का वक्र (एम्पियरीय आलेख) अनुमापन के आधार में धारा सन्तुलन की प्रक्रिया को इंगित करता है। जब अनुमापन -0.40 V अथवा -0.50 V पर, जहाँ RSH की एनोडी धारा पूर्णतः अनुपस्थित थी, करने का प्रयत्न किया गया तब वह असफल रहा क्योंकि Ru(III) की कैथोडी धारा के परिमाण में कोई कमी परिलक्षित नहीं हुई। यह प्रेक्षण पुनः इस बात को रेखांकित करता है कि RSH एवं Ru(III) के मध्य किसी भी प्रकार की रासायनिक अभिक्रिया (कम से कम हमारे माध्यम में) नहीं होती तथा यह भी कि अनुमापन का आधार केवल धारा सन्तुलन ही है। इस निष्कर्ष की पुष्टि इस बात से भी होती है कि Ru(III) : RSH अनुमापनी मोलीय अनुपात 1:0·66 निर्धारित हुआ जिसकी id/c (RSH) : id/c (Ru^{III}) के मान 1:0·666 के साथ अच्छी सहमति है। दृष्टव्य है कि इस नई विधि से Ru(III) के 5 ppm (0.0053 मि० ग्रा०/मि० ली०) तक के तनु विलयनों का सन्तोषजनक शुद्ध आकलन सम्भव हो सका (देखें सारणी 1)।

एम्पियरीय अनुमापन में व्यतिकरण एवं विधि की वरणात्मकता

नई विधि में अनेक आयनों के व्यतिकरण का अध्ययन किया गया। विधि की वरणात्मकता उच्च कोटि की सिद्ध हुई यद्यपि सभी प्लैटिनम धातुओं ने (त्रिसंयोजी इरीडियम को छोड़कर, जिसकी सेल विलयन में रुथेनियम की सान्द्रता के बराबर की सान्द्रता पूर्णतः सहनीय पाई गई) इसमें गम्भीर व्यतिकरण उत्पन्न किया। V(V), Fe(II), Fe(III), Mn(VII), Cu(II) एवं $S_2O^{2-}{}_3$ द्वारा भी गम्भीर व्यतिकरण उत्पन्न किया गया। दूसरी ओर Mg(II), Al(III), Cr(III), Mn(II), Co(II), Ni(II), Zn(II), Cd(II), $NO^-{}_3$, $SO^{2-}{}_4$ एवं $C_2O^{2-}{}_4$ ने सेल विलयन में Ru(III) की अपेक्षा बीस गुणा अधिक सान्द्रता में उपस्थित होने पर भी अनुमापनों की शुद्धता को किंचित भी प्रभावित नहीं किया। टंग्स्टेट

आयन भी पन्द्रह गुणा अधिक सान्द्रता तक सहनीय रहा। सहनीय स्पीशीजों की सेल विलयन में एक साथ उपस्थिति में भी अनुमापन पूर्ण शुद्धता से सम्पादित किये जा सके।

सारणी 1

7% ऐसीटिक अम्ल में 2.5 M NaCl माध्यम में Ru(III) का एम्पियरीय आकलन

अनुमापक—RSH
अनुमापन विभव— −0.05 V

सेल विलयन में Ru(III) की ली गई सान्द्रता मि० ग्रा०/मि० ली०	अनुमापन द्वारा आकलित Ru(III) की सान्द्रता (औसत) मि० ग्रा०/मि० ली०	मानक विचलन	विचरण गुणांक
0.50535	0.50535	0.00000	0.00000
0.10107	0.10107	0.00000	0.00000
0.05053	0.05053	0.00000	0.00000
0.02526	0.02526	0.00000	0.00000
0.01010	0.01010	0.00000	0.00000
0.00758	0.00764	0.00006	0.00078
0.00505	0.00517	0.00011	0.00263

निर्देश

1. बेक़ोव, जी० आई०, लैटोरवोव, वी० एस०, रेडेव, वी०, ग्राटुरिन, जी० एन०, इगोरोव, ए० एस०, कुर्स्की, ए० एस० तथा नरसियेव, वी० ए०, नेचर, 1984, **312**, 748.
2. अग्रवाल, ओ० पी० तथा खटकड़, एस० पी०, **जर्नल आफ इलेक्ट्रोकेमिकल सोसाइटी** (इण्डिया), 1984, **33**(1), 83.
3. अग्रवाल, ओ० पी० तथा खटकड़, एस० पी०, **एनालिटिकल प्रोसीडिंग्स**, 1987, **24**, 330.
4. यादव, सत्यपाल, **एम० फिल० शोध निबन्ध**, महर्षि दयानन्द विश्वविद्यालय, 1993.
5. अग्रवाल, ओ० पी०, वर्मा, के० के०, खटकड़, एस० पी० तथा मलिक, राजेश कुमार, **एशियन जर्नल आफ केमिस्ट्री** (प्रेस में)

6. कॉटन, एफ० ए० तथा विल्किन्सन, जी०, **एडवांस्ड इनार्गेनिक केमिस्ट्री**, तीसरा संस्करण, वाइली ईस्टर्न, नई दिल्ली, 1976, पृष्ठ 1007.

7. पाल, आर० सी०, शर्मा, एस० के०, कुमार, एन० तथा प्रकाश, आर०, **टैलेन्टा** 1975, **22**, 311.

8. प्रकाश, राम, वर्मा, रंजीत सिंह तथा कुमार, नरेश, **इण्डियन जर्नल आफ केमिस्ट्री**, 1976, 14ए, 997.

9. सक्सेना, आर० एस०, सिंह, प्रताप तथा मित्तल, एम० एल०, **इण्डियन जर्नल आफ केमिस्ट्री**, 1969, 7, 1149.

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol, 36, No. 4, 1993

n कोटि की रासायनिक अभिक्रिया का वेग स्थिरांक एवं सार्वीकृत H-फलन

अशोक कुमार रोंघे
एस० एल० जैन हाई स्कूल, विदिशा म० प्र०)

[प्राप्त—अक्टूबर, 4 1992]

सारांश

प्रस्तुत शोध प्रपत्र में n-कोटि की रासायनिक अभिक्रिया के वेग स्थिरांक (n-कोटि के रा. अ. वे. स्थि.) को I-फलन के रूप में प्रदर्शित किया गया है। इस परिणाम का अनुप्रयोग अर्द्ध-आयुकाल ज्ञात करने के लिए किया गया है। कुछ ज्ञात एवं अज्ञात परिणामों को विशिष्ट दशाओं में दर्शाया गया है।

Abstract

n-order of chemical reaction of velocity constant and generalized H-function. *By* Ashok Kumar Ronghe, S. L. Jain H. School, Vidisha (M. P.)

In this research paper, n-order of chemical reaction of velocity constant (C. R. V. C. for n-order) represented in terms of I-function. This result would be applied to obtain half life period. Some new and known results have been shown as particular cases.

1. प्रस्तावना

सक्सेना के स्वीकृत H-फलन[8] जो कि I-फलन द्वारा जाना जाता है जिनके गुणधर्मों का अध्ययन वैश्य, जैन तथा वर्मा[9] एवं शर्मा तथा अहमद[7] के शोध पत्रों में किया गया है, उस I-फलन को हम निम्न प्रकार से प्रस्तुत कर रहे हैं।

$$I[Z]=I^{m,\, l}_{p_i,\, q_i\,:\, R}\left[Z\,\middle|\,\begin{matrix}\ldots,\ \ldots,\\ \ldots,\ \ldots,\end{matrix}\right]$$

$$I=^{m,\, l}_{p_i,\, q_i\,:\, R}\left[Z\,\middle|\,\begin{matrix}[(a_j,\ \alpha_j)_{1,\, l}],\ [(a_{ji},\ \alpha_{ji})_{l+1,\, p_i}]\\ [(p_j,\ \beta_j)_{1,\, m}],\ [(b_{ji},\ \beta_{ji})_{m+1,\, q_i}]\end{matrix}\right[$$

$$=\frac{1}{2\pi w}\int_{-\infty}^{\infty} \theta(s)\, z^s\, ds \tag{1.1}$$

जहाँ $w=\sqrt{(-1)}$ और

$$\theta(s)=\frac{\sum\limits_{j=1}^{m} \Gamma(b_j-\beta_j s)\times \prod\limits_{j=1}^{l} \Gamma(1-a_j+a_j s)}{\sum\limits_{i=1}^{R}\left[\prod\limits_{j=m+1}^{q_i} \Gamma(1-b_{ji}+\beta_{ji} s)\prod\limits_{j=1+1}^{p_i} \Gamma(a_{ji}-\alpha_{ji}\, s)\right.} \tag{1.2}$$

समाकलन (1.1) पूर्ण अभिसारी है जब, $(B>0,\ A\leqslant 0)$ जहाँ

$$B=\sum_{j=1}^{l} a_j-\sum_{j=1+1}^{p_i} \alpha_{ji}+\sum_{j=1}^{m} \beta_j-\sum_{j=m+1}^{q_i} \beta_{ji} \tag{1.3}$$

$$A=\sum_{j=1}^{p_i} a_{ji}-\sum_{j=1}^{q_i} \beta_{ji},\ |\arg Z|<1/2\, B\pi,\ \forall\ i\in(1\ldots R), \tag{1.4}$$

जब $R=1$ तो सार्वीकृत H-फलन फाक्स[2] H-फलन में समानीत हो जाता है ।

2. n-कोटि कि रा. अ. वे स्थि. के लिए समीकरण [3. P. 1051] को निम्न प्रकार से प्रदर्शित करेंगे—

$$\frac{dx}{dt}\ \alpha(a-x)^n \quad \text{या} \quad \frac{dx}{(a-x)^n}=K_n\, dt \tag{2.1}$$

दोनों ओर समाकलन चिन्ह लेने पर तथा $Z\Gamma Z=\Gamma(Z+1)$ का उपयोग करने पर,

$$\int\{\Gamma(a-x)^n\, dx/\{\Gamma(a-x+1)\}^n=Kn.\,[\Gamma(t+1)/\Gamma(t)]+Cn, \tag{2.2}$$

जहाँ Kn और Cn रा. वे. स्थि. गु. और समाकलन गुणांक है तथा $a>x,\ t>0$.

3. मुख्य परिणाम

$$Kn=\frac{\int I^{m+n,\,l}_{p_i+n,\,q_i+n;\,R}\left[Z\left|\begin{matrix}\ldots,\ \ldots,\ (a-x)^n\\ (1+a-x;\,u)^u\ldots,\ \ldots\end{matrix}\right.\right]dx}{I^{m,\,l-1}_{p_i+1,\,q_i+1;\,R}\left[Z\left|\begin{matrix}(-t;\,u)\ \ldots,\ \ldots,\\ \ldots,\ \ldots,\ (1-t;\,u)\end{matrix}\right.\right]}$$

$$\times(\text{mole})^{n-1}\,(\text{time})^n+Cn,$$

परिणाम निम्नलिखित प्रतिबन्धों के अन्तर्गत वैध है,

$$u>0,\ \arg|z|<1/2\ B\pi,\ Re[a-u(a_j/\alpha_j)]>0,\ Re[t+u(a_j/\alpha_j)]>0, \tag{3.1}$$

मुख्य परिणाम की उपपत्ति

(3.1) की उपपत्ति के लिए a को $a-us$, t को $t+us$ द्वारा प्रतिस्थापित करने पर क्योंकि n अणु वाला क्रियाकारण बढ़ते हुए समय के साथ घट रहा है [4, p. 107, एवं 1, p. 32] तथा दोनों ओर $(2w\pi)^{-1}\cdot\theta(s)\,z^s$ को गुणा करने तथा कंटूर $(\infty,-\infty)$ के मध्य में S के प्रति समाकलित करने पर तथा (1.1) के प्रयोग से हमें (3.1) कि प्राप्ति होती है। समाकलन स्थिरांक C_n को प्राप्त करने के लिए $x=0$, $t=0$ (3.1) में रख कर प्राप्त किया जा सकता है।

4. अनुप्रयोग

मुख्य परिणाम का प्रयोग हम अर्द्धआयु काल ज्ञात करने में करते हैं।
यदि परिणाम (3.1) में $t=T$ और $a-x=a/2$ रखें तो हमें निम्न परिणाम प्राप्त होगा—

$$I^{m+n,\,l}_{p_i+n,\,q_i+n\,:\,R}\left[Z\left|\begin{matrix}(-T:u),\ \ldots,\ \ldots,\\ \ldots,\ \ldots,\ (1-T;u)\end{matrix}\right.\right]$$

$$=\frac{1}{Kn}\left\{\int I^{m+n,\,l}_{p_i+n,\,q_i+n\,:\,R}\left[Z\left|\begin{matrix},\ \ldots,\ \ldots,\ (a/2;u)^n\\ (1+a/2;u)^n,\ \ldots,\ \ldots,\end{matrix}\right.\right]\frac{da}{2}-C_n\right\}.$$

बशर्ते

$$u>0,\ Re[a/1-u(a_j/\alpha_j)]>0,\ Re[T+u(b_j/\beta_j)]>0,$$
$$|\arg(Z)|<1/2\ \pi B,\ j=\{1,\ldots,m\}, \tag{4.1}$$

5. विशिष्ट दशायें

इस भाग में हम कुछ नए एवं ज्ञात परिणाम (4.1) के द्वारा ज्ञात करेंगे।

(1) यदि (4.1) में $n=1$ रखें तो प्रथम कोटि कि अभिक्रिया के लिए अर्द्ध आयु काल का परिणाम प्राप्त होता है।

$$I^{m+1,\,l}_{p_i+1,\,q_i+1\,:\,R}\left[Z\left|\begin{matrix}(-T;u),\ ((a_j,\alpha_j))_{1,\,l}\\ ((b_j,\beta_j))_{1,\,m}\ (1-T;u)\end{matrix}\right.\right]$$

$$=\frac{1}{K_1}\left\{\int I^{m+n,\,l}_{p+n,\,q+n}\left[\mathbf{Z}\left|\begin{matrix}((a_j,\alpha_j)),\ (a/2;u)^n\\ ((1+a/2;u)^n\ ((b_j,\beta_j))\end{matrix}\right.\right]\frac{da}{2}-C_1\right\}. \tag{5.1}$$

(2) यदि (4.1) में $R=1$ रखें तो स्वीकृत H-फलन फाक्स के H-फलन में समानीत हो जाता है, और एक नये परिणाम की प्राप्ति होती है।

$$I^{m+n,\, l}_{p_i+n;\, q_i+n\,:\,1}\left[Z\left|\begin{matrix}(-T;u),\,(a_j,\alpha_j)_{1,\,l}\\((b_j,\beta_j))_{l\,\cdot\,m}\,(1-T;u)\end{matrix}\right.\right]$$

$$=\frac{1}{K_n}\left\{\int H^{m,\,n,\,l}_{p+n,\,q+n}\left[Z\left|\begin{matrix}((a_j,\alpha_j)),\,(a/2;u)^n\\(1+a/2;u)^n\,((b_j,\beta_j))\end{matrix}\right.\right]da/2-C_n\right\} \qquad (5.2)$$

परिणाम (5.1) एवं (5.2) निम्न प्रतिबन्ध के अन्तर्गत वैध है।

प्रतिबन्ध $u>0,\ Re[a/2-u(a_j/\alpha_j)]>0,\ Re[T+u(a_j/\alpha_j)]>0,\ |\arg(z)|<1/2\ B\pi,$

(3) यदि (5.2) में क्रमशः $n=1, 2, 3,$ रखें तो अग्रवाल तथा रोंघे[1] द्वारा प्राप्त होती है।

(4) यदि (3.1) में $R=1$, रखें तो n-कोटि का परिणाम फाक्स H-फलन में प्राप्त होगा (4, P. 113).

कृतज्ञता-ज्ञापन

सहाय्य एवं उचित मार्ग-दर्शन के लिए लेखक आर. डी. अग्रवाल (एस. ए. टी. आई. विदिशा) का आभारी है।

निर्देश

1. अग्रवाल आर. डी. तथा रोंघे ए. के., **विज्ञान परिषद अनुसन्धान पत्रिका**, 1992, **35**, 3, 175-79.
2. फाक्स, सी.; **ट्रांस. अमे. मैथ. सोसा.**, 1961, **98**, 395-421.
3. ग्लास्टन, सी., टेक्ट बुक ऑफ फिजिकल केमिस्ट्री, ग्रेट ब्रिटेन, 1969, 1044-75.
4. रोंघे, ए. के., **विज्ञान परिषद अनुसन्धान पत्रिका**, 1992, **35**, 1.
5. रोंघे, ए. के., **विज्ञान परिषद अनुसन्धान पत्रिका** 1993, **36**, 0, 31-34.
6. रोंघे, ए. के., पी-एच. डी. थीसिस. बर. वि. भोपाल, 1993.
7. शर्मा, सी. के. तथा अहमद, एस. एस., **मैथ. स्टू.** (प्रकाशाधीन)
8. सक्सेना, वी. पी, **प्रोसी. नेश. एके. साइन्स**, 1992, **52A**, 336-335.
9. वैश्य, जी. डी., जैन, रेनू एवं वर्मा, आर. सी., **प्रोसी. ऐकड. साइन्स**, 1980, **59(A)II**, 227-37.

Vijanana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 36, No. 4, 1993

स्थिर चुम्बकीय क्षेत्र की उपस्थिति में सरन्ध्र माध्यम मे एक श्यान प्रत्यास्थ द्रव का एक अनन्त प्लेट से होकर प्राकृतिक संवहन बहाव

अजय कुमार सिंह तथा नेत्र पाल सिंह

गणित विभाग, छदामी लाल जैन महाविद्यालय, फीरोजाबाद (उ० प्र०)

[प्राप्त-अक्टूबर 1,1992]

सारांश

इस शोध पत्र में श्यान-प्रत्यास्थ द्रव (वाल्टर्स द्रव माडल-B) का एक अनन्त प्लेट से होकर प्राकृतिक संवहन बहाव लम्बवत् स्थिर चुम्बकीय क्षेत्र की उपस्थिति में अध्ययन किया गया है। लाइटहिल[1] का अनुगमन कर द्रव का वेग, ताप वितरण, त्वचाघर्षण तथा उष्मा स्थानान्तरण दर ज्ञात किये गये हैं। सारणियों की सहायता से प्राप्त फलों का तर्कपूर्ण परीक्षण किया गया है।

Abstract

Natural convective flow of a viscoelastic liquid past an infinite porous plate in porous medium in the presence of uniform magnetic field. *By* Ajay Kumar Singh and Netra Pal Singh, Department of Mathematics, C. L. Jain (P. G.) College, Firozabad (U. P.).

In this paper, natural convective flow of a viscoelastic (Walters liquid model-B) liquid past an infinite porous plate in porous medium in the presence of transversely applied uniform magnetic field has been studied. Following Lighthill[1], velocity of the liquid, temperature distribution, skin-friction and rate of heat transfer have been obtained. The results obtained have been discussed with the help of tables.

1. विषय-प्रवेश

द्रव यांत्रिकी में श्यान-प्रत्यास्थ द्रव के सरन्ध्र माध्यम में प्राकृतिक संवहन बहाव सम्बन्धी समस्याओं के अध्ययन का विशेष महत्व है। इस प्रकार के बहावों का अनुप्रयोग भवनों में उष्णता अवरोधक, दो गेज वाली खिड़कियों में होकर उष्मा स्थानान्तरण, इलेक्ट्रानिक उपकरणों का शीतलीकरण, मृदा अभियांत्रिकी आदि में होने के कारण इनके अध्ययन की ओर गणितज्ञों, वैज्ञानिकों, शोधार्थियों,

डाक्टरों, अभियन्ताओं आदि ने विशेष ध्यान दिया है। विभिन्न प्रवर्तकों[2–5] ने विभिन्न ज्यामितीय प्रारूप एवं सीमा सतहों के अन्तर्गत इस क्षेत्र में अध्ययन किया है। प्रस्तुत शोधपत्र में श्यान-प्रत्यास्थ (वाल्टर्स द्रव माडल-बी) द्रव का एक अनन्त सरन्ध्र प्लेट से होकर बहाव का स्थिर चुम्बकीय क्षेत्र की उपस्थिति में अध्ययन किया गया है। प्राप्त निष्कर्षों की विवेचना तथा परीक्षण सारणियों की सहायता से किया गया है।

2. समस्या का गणितीय निरूपण

माना कि अ-दबनीय, विद्युत संचालित, श्यान-प्रत्यास्थ (वाल्टर्स द्रव माडल-बी) समान्तर परतों में बहने वाले द्रव का प्राकृतिक संवहन बहाव एक रन्ध्र युक्त प्लेट के सहारे है। यह प्लेट अपने तल में मध्यमान स्थिति में आवृति n से दोलन करती है। माना कि x-अक्ष इस प्लेट के अनुदिश है तथा y-अक्ष प्लेट और x-अक्ष पर लम्ब हैं। यह विश्लेषण निम्नलिखित मान्यताओं पर आधारित है :

(i) स्थिर चुम्बकीय क्षेत्र द्रव के बहाव के लम्बवत् लगाया गया है।

(ii) चुम्बकीय रिनाल्ड्स अंक कम है अतः प्रेरित चुम्बकीय क्षेत्र उपेक्षणीय है।

(iii) दाब p उपेक्षणीय है तथा x-अक्ष के अनुदिश वेग का घटक u है।

(iv) द्रव का बहाव परतदार है। अनन्त प्लेट के सहारे x-अक्ष के अनुदिश वेग होने के कारण, वेग का घटक u केवल y तथा t का फलन है।

(v) द्रव का बहाव पूर्ण रूप से विकसित है।

(vi) सरन्ध्र प्लेट के लम्बवत् अचर चूषण वेग माना गया है।

उपर्युक्त मान्यताओं तथा ज्यामिति के अन्तर्गत साउन्डलगेकर[6] का अनुगमन कर इस समस्या के आधारभूत समीकरण निम्नलिखित हैं।

$$\frac{\partial u}{\partial t}-v_0\frac{\partial u}{\partial y}=g_x\beta(T-T_\infty)+\nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}-\frac{\sigma B_0^2}{\rho}u-\frac{\nu}{k}u$$
$$-K\left(\frac{\partial^3 u}{\partial t\,\partial y^2}-v_0\frac{\partial^3 u}{\partial y^3}\right) \tag{2.1}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t}-v_0\frac{\partial T}{\partial y}=\frac{\lambda}{\rho c_p}\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \tag{2.2}$$

समस्या की सीमा दशायें निम्नवत् हैं :

$$\left.\begin{array}{lr} u=G\,v_0(1+\epsilon\,e^{-nt}),\ T=T_w\,G(1+\epsilon\,e^{-nt}) & y=0\ \text{पर} \\ u\to G\,v_0,\quad T\to T_\infty & \text{ज्योंज्यों}\ y\to\infty \end{array}\right\} \tag{2.3}$$

हम निम्नांकित अ-विमीय चरों का प्रवेश कर रहे हैं।

$$u^*=\frac{u}{G\,v_0},\quad y^*=\frac{y v_0}{\nu},\quad t^*=\frac{v^2_0 t}{4\nu},\quad K^*=\frac{K\,v_0^2}{\nu^2}$$

$$T^*=\frac{T-T_\infty}{T_w-T_\infty},\quad k^*=\frac{k\,v_0^2}{\nu^2}$$

इन अ-विमीय चरों का प्रयोग कर, तारांकनों को उपेक्षणीय मानकर, (2.1) तथा (2.2) समीकरणों को निम्नलिखित रूप में लिखा जा सकता है :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial u}{\partial y}-\frac{1}{4}\frac{\partial u}{\partial t}-K\left(\frac{1}{4}\frac{\partial^3 u}{\partial t\,\partial y^2}-\frac{\partial^3 u}{\partial y^2}\right)-\left(M+\frac{1}{k}\right)u=T \tag{2.4}$$

तथा

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+P_r\frac{\partial T}{\partial y}-\frac{P_r}{4}\frac{\partial T}{\partial t}=0 \tag{2.5}$$

जहाँ

$$P_r=\frac{\mu\,c_p}{\lambda}\ \text{(प्रेंडिल अंक)},\quad M=\frac{\partial\nu\,B^2_0}{\rho\,v^2_0}\ \text{(हार्टमान अंक)}$$

तथा

$$G_r=\frac{\beta\nu\,g_x\,(T_w-T_\infty)}{v^3_0}\ \text{(ग्राशहाफ अंक)}$$

अ-विमीय सीमा दशायें निम्नवत् हैं :

$$\left.\begin{aligned} &u=1+\epsilon\,e^{-nt}, \quad T=1\epsilon\,e^{-nt} \quad y=0\ \text{पर}\\ &u\to 1; \qquad\qquad T\to 0 \quad \text{ज्योंज्यों}\ y\to\infty \end{aligned}\right\} \tag{2.6}$$

3. समस्या का हल

लाइटहिल[1] का अनुगमन कर u तथा T को निम्नांकित रूपों में मान लिया।

$$\left.\begin{aligned} T(y,t)&=[1-F_1(y)]+\epsilon\,e^{-nt}\,[1-F_2(y)]\\ u(y,t)&=G_1(y)+\epsilon\,e^{-nt}\,G_2(y) \end{aligned}\right\} \tag{3.1}$$

(3.1) को समीकरण (2.4) तथा (2.5) में रखने पर

$$F_1''+PF_1'=0 \tag{3.2}$$

$$\frac{1}{P_r}F_2''+F_2'+\frac{n}{4}F_2=\frac{n}{4} \tag{3.3}$$

$$K\,G_1'''+G_1''+G_1'-\left(M+\frac{1}{k}\right)G_1=F_1-1 \tag{3.4}$$

$$K G_2''' + \left(1+\frac{Kn}{4}\right) G_2'' + G_2' - \left(M+\frac{1}{k}-\frac{n}{4}\right) G_2 = F_2 - 1 \tag{3.5}$$

परिवर्तित सीमा-दशायें निम्नलिखित हैं :

$$\left.\begin{aligned} F_1=F_2=0,\quad G_1=G_2=1,\quad & y=0 \text{ पर} \\ F_1=F_2=1,\quad G_1\to 1,\ G_2\to 0,\quad & \text{ज्योंज्यों } y\to\infty \end{aligned}\right\} \tag{3.6}$$

सीमा दशाओं (3.6) के अन्तर्गत (3.2) तथा (3.3) के हल क्रमशः निम्नलिखित हैं :

$$F_1 = 1 - \exp(-P_r y)$$

$$F_2 = 1 - \exp(-P_r h_2 y)$$

जहाँ

$$2h_2 = 1 + \sqrt{\left(1-\frac{n}{P_r}\right)}$$

साउन्डलगेकर[6] का अनुगमन कर माना कि G_1 तथा G_2 के हल क्रमशः निम्नलिखित हैं :

$$\left.\begin{aligned} G_1 &= G_{01} + K\, G_{11} + O(K^2) \\ G_2 &= G_{02} + K\, G_{22} + O(K^2) \end{aligned}\right\} \tag{3.9}$$

(3.9) का प्रयोग (3.4) तथा (3.5) में करने पर तथा समान पदों के गुणांकों की तुलना से निम्नलिखित समीकरण प्राप्त होते हैं ।

$$G_{01}'' + G_{01}' - \left(M+\frac{1}{k}\right) G_{01} = -\exp(-P_r y) \tag{3.10}$$

$$G_{11}'' + G_{11}' - \left(M+\frac{1}{k}\right) G_{11} = -G_{01}''' \tag{3.11}$$

$$G_{02}'' + G_{02}' - \left(M+\frac{1}{k}-\frac{n}{4}\right) G_{02} = -\exp(-P_r h_2 y) \tag{3.12}$$

तथा

$$G_{12}'' + G_{12}' - \left(M+\frac{1}{k}-\frac{n}{4}\right) G_{12} = -\left(G_{02}''' + \frac{n}{4} G_{02}''\right) \tag{3.13}$$

सीमा दशायें निम्नलिखित रूप में बदल जाती हैं :

$$\left.\begin{aligned} G_{10}=G_{02}=1,\ G_{11}=G_{12}=0 \quad & y=0 \text{ पर} \\ G_{01}\to 1,\ G_{02}\to 0,\ G_{11}=G_{12}\to 0 \quad & \text{ज्योंज्यों } y\to\infty \end{aligned}\right\} \tag{3.14}$$

(3.14) में प्राप्त सीमा-दशाओं का प्रयोग कर (3.10), (3.11), (3.12) तथा (3.13) को हल करके (3.9) में स्थानापन्न किया। तत्पश्चात् (3.7),(3.8) तथा (3.9)को(3.1) में प्रयोग करने पर u तथा T का निम्नलिखित मान प्राप्त होता है।

$$u=1+b_1(1+K\,b_1\,P^3{}_r)\,[\exp\,(-h_4\,y)-\exp\,(-P_r y)] \\ +\epsilon[1+b_3+b_3\,b_5\,K)\,\exp\,(-h_6 y) \\ -(b_3+b_3\,b_5\,K)\,\exp(-h_2 y)]\,\exp(-nt) \tag{3.15}$$

तथा

$$T=\exp\,(-P_r y)+\epsilon\,\exp\,(-P_r\,h_2 y-nt) \tag{3.16}$$

जहाँ

$$b_1=\left[P_r\,(P_r-1)-\left(M+\frac{1}{k}\right)\right]^{-1}$$

$$b_3=\left[\,P_r h_2(P_r h_2-1)-\left(M+\frac{1}{k}-\frac{n}{4}\right)\right]^{-1}$$

$$b_5=b_3\,P_r^2\;H_2^2\left(P_r\,h_2-\frac{n}{4}\right)$$

$$2\,h_4=1+\sqrt{\left(\left\{1+4\left(M+\frac{1}{k}\right)\right\}\right)}$$

तथा

$$2h_6=1+\sqrt{\left(1+4\left(M+\frac{1}{k}-\frac{n}{4}\right)\right)}$$

प्लेट पर त्वचा घर्षण

$$T_1=\left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0}=b_7-\epsilon(b_8-b_9)\,\exp\,(-nt) \tag{3.17}$$

उष्मा स्थानान्तरण दर

$$Na=-\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0} \\ =P_r[1+\epsilon\,h_2\,\exp\,(-nt)] \tag{3.18}$$

जहाँ

$$b_7=b_1(1+K\,b_1\,P^3{}_r)\,(P_r-h_4)$$

$$b_8=(1+b_3+K\,b_3\,b_5)\,h_6$$

$$b_9=(b_3+K\,b_3\,b_5)\,P_r\,h_2$$

सारणी 1

चुम्बकीय क्षेत्र की विभिन्न तीव्रताओं पर वेग

(P_r=0.71, ϵ=0.3, n=0.1, K=2.0, t=2.0 तथा k=0.2)

$y \backslash M$	M=1.0	M=1.5	M=2.0
0.0	1.1920	1.2340	1.2340
0.2	1.1828	1.1796	1.1722
0.4	1.1506	1.1452	1.1339
0.6	1.1263	1.1202	1.1078
0.8	1.1273	1.1013	1.0900
1.0	1.0919	1.0861	1.0762

सारणी 2

सरन्धता के विभिन्न मानों पर वेग

(P_r=0.71, ϵ=0.3, n=0.1, K=2.0, M=1.0 तथा t=0.2)

$y \backslash t$	k=.20	k=.25	k=·30
0.0	1.1920	1.2204	1.2383
0.2	1.1828	1.1885	1.2057
2.4	1.1506	1.1621	1.1789
0.6	1.1263	1.1399	1.1557
0.8	1.1073	1.1211	1.1354
1.0	1.0919	1.1049	1.1278

सारणी 3

समय के विभिन्न मानों पर वेग

(P_r=0.71, ϵ=0.3, n=0.1, K=2.0, M=1.0 तथा k=0.2)

$y \diagdown t$	t=2.0	t=3.0	t=4.0
0.0	1.1920	1.1945	1.1933
0.2	1.1828	1.1825	1.1563
0.4	1.1506	1.1419	1.1345
0.6	1.1263	1,1240	1.1157
0.8	1.1074	1.1035	1.1001
1.0	1.0919	1.0892	1.0767

सारणी 4

समय के विभिन्न मानों पर ताप वितरण

(P_r=0.71, ϵ=0.3 तथा n=0.1)

$y \diagdown t$	t=2.0	t=3.0	t=4.0
0.0	1.2456	1.2223	1.2011
0.2	1.0840	1.0636	1.0450
0.4	0.9436	0.9255	0.9094
0.6	0.8211	0.8054	0.7913
0.8	0.7145	0.7008	0.6885
1.0	0.6218	0.6091	0.5991

परिणाम तथा विवेचना

सारणी 1 में स्थिर चुम्बकीय क्षेत्र की विभिन्न तीव्रताओं पर वेग का मान दिखाया गया है। इस सारणी से स्पष्ट है कि जैसे-जैसे चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता बढ़ती है, वेग कम होता जाता है तथा

स्थिर चुम्बकीय तीव्रता पर y का मान बढ़ने पर द्रव का वेग कम होता जाता है। सारणी 2 में सरन्धता प्राचल के विभिन्न मानों पर वेग की गणना की गयी है। इससे स्पष्ट है कि सरन्धता प्राचल का मान बढ़ने पर वेग बढ़ता है तथा निश्चित सरन्धता प्राचल हेतु y का मान बढ़ने पर द्रव का वेग कम होता जाता है। सारणी 3 समय के विभिन्न मानों पर ज्ञात किये गये वेग को निरूपित करती है। यह प्रदर्शित करती है कि समय बढ़ने से वेग बढ़ता है तथा समय के एक निश्चित मान के लिए y का मान बढ़ने पर वेग घटता है। सारणी 4 में समय के विभिन्न मानों पर ताप वितरण को अंकित किया गया है। इस सारणी का अवलोकन करने से पता चलता है कि समय बढ़ने पर द्रव का वेग कम होता जाता है तथा समय के निश्चित मान के लिए y का मान बढ़ने पर द्रव का वेग क्रमशः कम होता जाता है।

निर्देश

1. लाइटहिल, एम० जे०, प्रो० रा० सो० 1940, 22(A), 1-23
2. ह्वांग, जी० जे० तथा चेन्ग, के० सी०, कना० जर्नल केमि० इन्जी०, 1973, **51**, 659-666
3. ह्सु, सी० टी०, चेन्ग, पी० तथा होम्सी, जी० एम०, इन्टर० जर० हीट० मास ट्रान्स० 1978, **21**, 1221-1228
4. बेजान, ए० तथा खैर, के० आर०, इन्टर० जर० हीट मास ट्रान्स० 1985, **28**, 909-918
5. यांग, जे० वाई० तथा चेन्ज, डब्ल्यू० जे०, इन्टर० जर० हीट मास ट्रान्स०, 1988, **31**, 769-777
6. साउन्डलगेकर, वी० एम०, केमि० इन्जी० साइं०, 1971, **26**, 2043-2050

Vijnana Partshad Anusandhan Patrika, Vol. 36, No. 4, 1993

रक्त का नियन्त्रित नाड़ी दाब

केशव कुमार
एनाटमी विभाग, चिकित्सा विज्ञान संस्थान,
काशी हिन्दू विश्व विद्यालय, वाराणसी-5

[प्राप्त—जुलाई 15, 1992]

सारांश

धमनियों में आयु वृद्धि के परिवर्तन तथा धमनी काठिन्य का तुलनात्मक अध्ययन उनके रक्त के नाड़ी-दाब से अन्वसंम्बन्धित करते हुए विभिन्न आयु वर्ग के ऐसे व्यक्तियों में किया गया जो किसी भी प्रकार की हृदय अथवा रक्त वाहिकाओं की बीमारी से पीड़ित नहीं थे। धमनी काठिन्य के परिवर्तनों के अध्ययन के लिए रक्त का दाब मापते समय रेडियल आर्टरी की दीवाल की दशा का परीक्षण किया गया तथा आयु वृद्धि के परिवर्तनों के अध्ययन के लिए एसेंडिग एओर्टा के पैराफिन सेक्सन काट कर उन्हें ओर्सीन से रंजित किया गया।

50 से 71 वर्ष तक की आयु में अधिक शारीरिक सक्रियता तथा कम मानसिक सक्रियता वाले व्यक्तियों में रक्त का नाड़ी-दाब 42 से 57 मि० मी० Hg पाया गया जबकि कम शारीरिक सक्रियता तथा अधिक मानसिक सक्रियता वाले व्यक्तियों में रक्त का नाड़ी-दाब 50 से 80 मि० मी० Hg पाया गया।

50 से 60 मि० मी० Hg रक्त के नाड़ी-दाब की सीमा में एसेंडिग एओर्टा की मध्य पर्त में स्थित प्रत्यास्थ तन्तुओं में आयु वृद्धि के परिवर्तन तथा रेडियल आर्टरी की दीवाल में धमनी काठिन्य के परिवर्तन अनुपस्थित थे। 60 से 70 मि० मी० Hg रक्त के नाड़ी-दाब की सीमा में एसेंडिग एओर्टा की मध्य पर्त में स्थित प्रत्यास्थ तन्तुओं में आयु वृद्धि की प्रक्रिया के परिवर्तन उनके विखण्डन के रूप में तथा रेडियल आर्टरी की दीवाल में धमनी-काठिन्य के परिवर्तन उसकी कठोरता के रूप में आरम्भ हो चुके थे। 70 से 80 मि० मी० Hg रक्त के नाड़ी-दाब की सीमा में एसेंडिग एओर्टा की मध्य पर्त में स्थित प्रत्यास्थ तन्तुओं में आयु वृद्धि की प्रक्रिया के परिवर्तन उनके विनष्ट होकर विलुप्त होने के रूप में

तथा रेडियल आर्टरी की दीवाल में धमनी काठिन्य के परिवर्तन इसकी अति कठोरता के रूप में स्थापित हो चुके थे।

Abstract

Controlled pulse-pressure of blood. *By* Keshaw Kumar, Department of Anatomy, Institute of Medical Sciences, Banaras Hindu University, Varanasi-5.

Present study was conducted to compare ageing and atherosclerotic changes in arteries interrelating with their pulse-pressures of blood in the persons of different age groups and not suffering from any cardio-vascular disease-condition of radial arterial wall was examined for atherosclerotic changes while taking the blood pressures and paraffin sections of ascending aorta were cut to be stained with arcein for ageing changes in elastic tissue.

From 50 to 71 years of age pulse pressure ranged from 42 to 57 mm Hg in persons having increased physical and decreased mental activity while in persons with decreased physical and increased mental activity pulse-pressure ranged from 50 to 80 mm Hg.

Ageing and atherosclerotic changes in tunica medial elastic tissue of ascending aorta and radial arterial wall were absent in all the persons with pulse-pressure ranging from 50 to 60 mm Hg. But at the range of 60 to 70 mm Hg pulse-pressure ageing and atherosclerotic changes were progressive in the form of high fragmentation of tunica medial elastic tissue in ascending aorta and hard radial arterial wall while in the range 70 to 80 mm Hg pulse-pressure, ageing and atherosclerotic changes were observed establishing in the form of loss of tunica medial elastic tissue in ascending aorta and harder radial arterial wall.

धमनियों में स्थित प्रत्यास्थ तन्तुओं में आयु वृद्धि के परिवर्तनों को नियन्त्रित करके युवास्था से वृद्धावस्था की ओर आयु वृद्धि की प्रक्रिया को नियन्त्रित किया जा सकता है क्योंकि "कोई भी व्यक्ति उतना ही वृद्ध होता है जितनी वृद्ध उसकी धमनियाँ होती हैं" (कावानिस सी 1800)। यद्यपि फास्टर[1], ग्रे[2], हास[3], लैटिनेन[4], अहमद[5], सैक्सटान[6], तथा स्मिथ[7] द्वारा एओर्टा के प्रत्यास्थ तन्तुओं में आयु वृद्धि के परिवर्तनों का अध्ययन किया जा चुका है परन्तु चिर यौवन का वह रहस्य जो धमनियों के प्रत्यास्थ तन्तुओं में आयु वृद्धि के परिवर्तनों को नियन्त्रित कर सके अज्ञात ही बना रहा है। अत: विभिन्न आयु वर्ग के ऐसे श्रमजीवी तथा बुद्धिजीवी व्यक्तियों में, जो किसी भी प्रकार की हृदय अथवा रक्त वाहिकाओं की बीमारी से पीड़ित नहीं थे, उनके रक्त के नाड़ी-दाब से अन्तर्सम्बन्धित करते हुए एसेंडिग एओर्टा की मध्य पर्त में स्थित प्रत्यास्थ तन्तुओं में आयु वृद्धि के परिवर्तनों तथा रेडियल आर्टरी की दीवाल में धमनी काठिन्य के परिवर्तनों का तुलनात्मक अध्यय्न किया गया।

प्रयोगात्मक

अध्ययन प्रक्रिया :

किसी भी प्रकार की हृदय अथवा रक्त वाहिकाओं की बीमारी से पीड़ित न रहने वाले श्रमजीवी तथा बुद्धिजीवी वर्ग के व्यक्तियों में अध्ययन प्रक्रिया को निम्नलिखित भागों में विभाजित किया गया—

1. विभिन्न आयु वर्ग के श्रमजीवी तथा बुद्धिजीवी व्यक्तियों के रक्त का नाड़ी-दाब मापना।
2. रक्त के नाड़ी-दाब की विभिन्न सीमाओं में श्रमजीवी तथा बुद्धिजीवी व्यक्तियों की रेडियल आर्टरी की दीवाल की दशा का परीक्षण करना।
3. श्रमजीवी तथा बुद्धिजीवी व्यक्तियों में रक्त के नाड़ी-दाब की विभिन्न सीमाओं में एसेंडिग एओर्टा की मध्य पर्त में स्थित प्रत्यास्थ तन्तुओं में आयु वृद्धि के परिवर्तनों का अध्ययन करना।

1. रक्त का नाड़ी-दाब का मापन :

50 से 71 वर्ष की आयु सीमा के व्यक्तितों में रक्त का नाड़ी-दाब मापा गया। इस आयु सीमा को (50 से 54 वर्ष) (55 से 59 वर्ष), (60 से 64 वर्ष), (65 से 69 वर्ष), (70 से 74 वर्ष) तथा (75 से 79 वर्ष) के आयु वर्गों में विभक्त किया गया था। प्रत्येक आयु वर्ग के 100 पुरुष तथा 100 महिलायें श्रमजीवी वर्ग से तथा 100 पुरुष और 100 महिलायें बुद्धिजीवी वर्ग से इस अध्ययन के लिए चुनी गयीं। इस प्रकार कुल 2400 व्यक्तियों में रक्त का नाड़ी-दाब मापा गया। श्रमजीवी वर्ग के व्यक्तियों में शारीरिक सक्रियता अधिक तथा मानसिक सक्रियता कम थी जबकि बुद्धिजीवी वर्ग के व्यक्तियों में शारीरिक सक्रियता कम तथा मानसिक सक्रियता अधिक थी।

2. रेडियल आर्टरी की दीवाल की दशा का परीक्षण

अध्ययन के लिए चुने गये सभी 2400 व्यक्तियों में रक्त के नाड़ी-दाब की (50 से 60 मिमी० Hg), (60 से 70 मिमी० Hg) तथा (70 से 80 मिमी० Hg) सीमाओं में रेडियल आर्टरी की दीवाल की दशा का परीक्षण रक्त का दाब मापते समय रेडियल आर्टरी को रेडियल बोन के विरुद्ध कलाई में उँगलियों से दबाते हुए स्पर्श करके किया गया।

3. एसेंडिग एओर्टा की मध्य पर्त में स्थित प्रत्यास्थ तन्तुओं में आयु की वृद्धि के परिवर्तनों का अध्ययन

विभिन्न आयु वर्ग के श्रमजीवी तथा बुद्धिजीवी वर्ग के 10 पुरुष तथा 12 महिलाओं (कुल 240 व्यक्ति) के मृत्योपरान्त उनके एसेंडिग एओर्टा का टिशू (ऊतक) उसके हृदय के उद्‌गम 1 सेमी० की

दूरी पर प्राप्त किया गया तथा उसे 10 प्रतिशत फार्मलिन में प्रारक्षित किया गया। तत्पश्चात् उनके 10 माइक्रान मोटाई के पैराफिन सेक्शन काटकर उन्हें ओर्सीन से रंजित करके उनकी मध्यपर्त में स्थित प्रत्यास्थ तन्तुओं में आयु वृद्धि के परिवर्तनों का अध्ययन रक्त के नाड़ी-दाब की (50 से 60 मिमी० Hg), (60 से 70 मिमी० Hg) तथा (70 से 80 मिमी० Hg) सीमाओं से अन्तर्सम्बन्धित करते हुए किया गया।

परिणाम तथा विवेचना

रक्त का नाड़ी-दाब

बुद्धिजीवी पुरुषों में रक्त के नाड़ी-दाब की सीमा 50 से 64 वर्ष के आयु वर्ग में 50-58 मिमी० Hg, 65 से 75 वर्ष के आयु वर्ग से 63 से 68 मिमी० Hg तथा 75 से 79 वर्ष के आयु वर्ग में 68 से 73 मिमी० Hg पायी गयी। (सारणी 1)

सारणी 1

विभिन्न आयु-वर्ग के व्यक्तियों में रक्त का नाड़ी-दाब (मिमी० Hg)

	बुद्धिजीवी व्यक्ति जिनमें मानसिक सक्रियता अधिक तथा शारीरिक सक्रियता कम होती है		श्रमजीवी व्यक्ति जिनमें मानसिक सक्रियता कम तथा शारीरिक सक्रियता अधिक होती है	
आयु-वर्ग	पुरुष	महिलायें	पुरुष	महिलायें
50 से 54 वर्ष	50	51	42	43
55 से 59 वर्ष	54	60	46	46
60 से 64 वर्ष	58	63	49	50
65 से 69 वर्ष	63	72	52	51
70 से 74 वर्ष	68	76	54	55
75 से 79 वर्ष	73	80	56	57

बुद्धिजीवी महिलाओं में रक्त के नाड़ी-दाब की सीमा 50 से 59 वर्ष के आयु वर्ग में 50 से 60 मिमी० Hg, 60 से 69 वर्ष के आयु वर्ग में 60 से 72 मिमी० Hg तथा 69 से 79 वर्ष के आयु वर्ग में 72 से 80 मिमी० Hg पायी गयी।

श्रमजीवी पुरुषों में रक्त के नाड़ी-दाब की सीमा 50 से 59 वर्ष के आयु वर्ग में 42 से 46 मिमी॰ Hg, 60 से 69 वर्ष के आयु वर्ग में 49 से 52 मिमी॰ Hg तथा 70 से 79 वर्ष के आयु वर्ग में 54 से 56 मिमी॰ Hg पायी गयी।

श्रमजीवी महिलाओं में रक्त के नाड़ी-दाब की सीमा 50 से 59 वर्ष के आयु वर्ग में 43 से 46 मिमी॰ Hg, 60 से 69 वर्ष के आयु वर्ग में 50 से 51 मिमी॰ Hg तथा 70 से 79 वर्ष के आयु वर्ग में 55 से 57 मिमी॰ Hg पायी गयी।

रेडियल आर्टरी की दीवाल की दशा

50 से 60 मिमी॰ Hg रक्त के नाड़ी-दाब की सीमा में रेडियल आर्टरी की दीवाल को इसके कोमल होने के कारण स्पर्श नहीं किया जा सकता था। 60 से 70 मिमी॰ Hg रक्त के नाड़ी-दाब की सीमा में रेडियल आर्टरी की दीवाल को इसके कठोर हो जाने के कारण स्पर्श किया जा सकता था। 70 के 80 मिमी॰ Hg रक्त के नाड़ी-दाब की सीमा में रेडियल आर्टरी की दीवाल का स्पर्श कोड़े की रस्सी की तरह अति कठोर था जो यह इंगित करता था कि उसमें धमनी-काठिन्य के परिवर्तन स्थापित हो चुके थे। (सारणी 2)

सारणी 2

रक्त के नाड़ी-दाब से अन्तर्सम्बन्धित रेडियल आर्टरी की दीवाल की दशा

रक्त का नाड़ी-दाब (मिमी॰ Hg)	रेडियल आर्टरी की दीवाल की दशा
50 से 60	कोमल
60 से 70	कठोर
70 से 80	अति कठोर

सारणी 3

रक्त के नाड़ी-दाब से अन्तर्सम्बन्धित एसेंडिंग एओर्टा की मध्य पर्त में स्थित प्रत्यास्थ तन्तुओं में आयु वृद्धि के परिवर्तन

रक्त का नाड़ी-दाब (मिमी॰ (Hg)	एसेंडिंग एओर्टा की मध्यपर्त में स्थित प्रत्यास्थ तन्तुओं में आयु वृद्धि के परिवर्तन
50 से 60	आयु वृद्धि के परिवर्तन अनुपस्थित
60 से 70	आयु वृद्धि के परिवर्तन प्रगति की ओर
70 से 80	आयु वृद्धि के परिवर्तन स्थापित

एसेंडिंग एओर्टा की मध्य पर्त में स्थित प्रत्यास्थ तन्तु

50 से 60 मिमी॰ Hg रक्त के नाड़ी-दाब की सीमा में एसेंडिग एओर्टा की मध्य पर्त वृत्ताकार परतों में सजे हुए प्रत्यास्थ तन्तुओं से परिपूर्ण थी (सारणी 3)। प्रत्यस्थ तन्तुओं की वृत्ताकार परतों के मध्य पर्याप्त रिक्त स्थान होने के कारण ये परस्पर एक दूसरे से पृथक थीं। (चित्र 1)

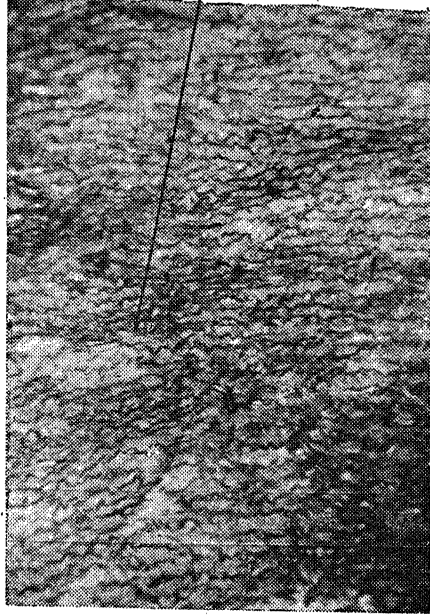



Fig. 1

चित्र संख्या 1 50 से 60 मिमी॰ रक्त के नाड़ी-दाब की सीमा में मध्य पर्त में प्रत्यास्थ तन्तुओं को उनकी सामान्य दशा में दर्शाते हुए मनुष्य की एसेंडिंग एओर्टा की अनुप्रस्थ काट (ओर्सीन × 100)

60 से 70 मिमी॰ Hg रक्त के नाड़ी-दाब की सीमा में एसेंडिग एओर्टा की मध्य पर्त में प्रत्यास्थ तन्तुओं की परतें कम लहरदार, अधिक मोटी, कम गहराई से रंजित होने वाली तथा अत्यधिक विखण्डन के कारण बीच-बीच में टूटी हुई थीं। (चित्र 2)

70 से 80 मिमी॰ Hg रक्त के नाड़ी-दाब की सीमा में एसेंडिग एओर्टा की मध्य पर्त में संयोजी ऊतकों की अत्यधिक वृद्धि तथा प्रत्यास्थ एवं मांस तन्तुओं की विनष्टता और विलुप्तता के कारण फाइब्रोसिस हो गई थी। एसेंडिग एओर्टा की आन्तरिक पर्त में कोलैजेन तन्तुओं की मोटी पंक्ति बन गई थी। (चित्र 3)

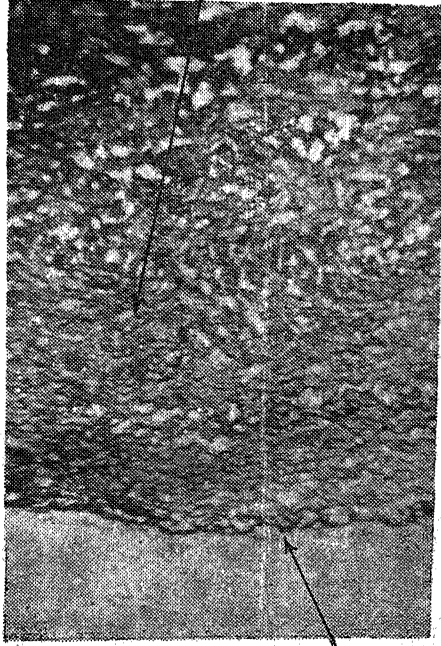



Fig. 2

चित्र संख्या 2 60 से 70 मिमी० रक्त के नाड़ी-दाब की सीमा में मध्य पर्त में प्रत्यास्थ तन्तुओं का विखण्डन तथा विनष्टीकरण दर्शाते हुए मनुष्य की एसेंडिंग एओर्टा की अनुप्रस्थ काट (ओर्सीन × 100)

50 से 79 वर्ष आयु वर्ग के श्रमजीवियों में रक्त के नाड़ी-दाब की सीमा 42 से 57 मिमी० Hg थी जबकि इसी आयु वर्ग के बुद्धिजीवियों में रक्त के नाड़ी-दाब की सीमा 50 से 80 मिमी० Hg थी जिससे यह सिद्ध होता है कि अधिक मानसिक सक्रियता कम शारीरिक-सक्रियता के साथ मिलकर रक्त के नाड़ी-दाब में अभिवृद्धि करती है जिसे मानसिक सक्रियता में कमी करके तथा शारीरिक सक्रियता में वृद्धि करके नियन्त्रित किया जा सकता है।

50 से 60 मिमी Hg रक्त के नाड़ी-दाव की सीमा में रेडियल आर्टरी की दीवाल कोमल थी क्यकि इसमें धमनी-काठिन्य के परिवर्तन अनुपस्थित थे। 60 से 70 मिमी० Hg रक्त की नाड़ी-दाब की सीमा में रेडियल आर्टरी की दीवाल का कठोर हो जाना तथा 70 से 80 मिमी० Hg रक्त के नाड़ी-दाब की सीमा में रेडयिल आर्टरी की कठोरता में और अधिक वृद्धि हो जाना यह सिद्ध करता है कि धमनी-काठिन्य का वास्तविक कारण रक्त का बढ़ता हुआ नाड़ी-दाब है जिसके बिना आयु वृद्धि की प्रक्रिया सम्भव नहीं है।

50 से 60 मिमी० Hg रक्त के नाड़ी-दाब की सीमा में एसेंडिग एओर्टा की मध्य पर्त में स्थित प्रत्यास्थ तन्तुओं में आयु वृद्धि के परिवर्तनों का अनुपस्थित होना परन्तु 60 से 70 मिमी० Hg रक्त

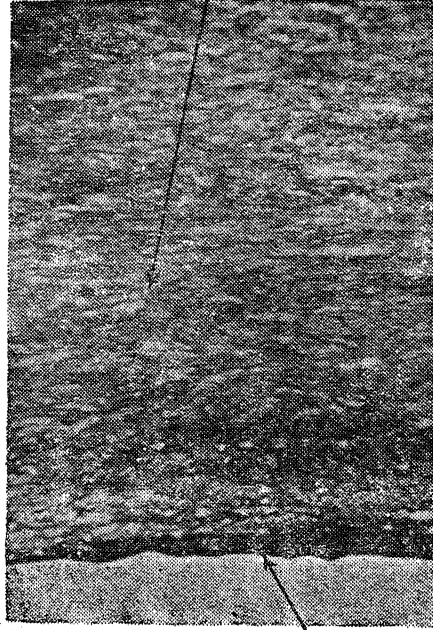



Fig. 3

चित्र संख्या 3 70 से 80 मिमी० रक्त के नाड़ी-दाब की सीमा में मध्य पर्त में प्रत्यास्थ तन्तुओं का ह्रास तथा मध्य पर्त की फाइब्रोसिस दर्शाते हुए मनुष्य की एसेंडिग एओर्टा की अनुप्रस्थ काट (ओर्सीन × 100)

के नाड़ी-दाब की दाब की सीमा में प्रत्यास्थ तन्तुओं विखण्डन के रूप में आयु वृद्धि के परिवर्तनों का आरम्भ हो जाना तथा 70 से 80 मिमी० Hg रक्त के नाड़ी-दाब की सीमा में प्रत्यास्थ तन्तुओं का विनष्ट तथा विलुप्त हो जाना और एसेंड़िग एओर्टा की मध्य पर्त की फाइब्रोसिस हो जाना यह सिद्ध करता है कि प्रत्यास्थ तन्तुओं में आयु वृद्धि के परिवर्तन धमनी-काठिन्य के परिवर्तनों के बिना नहीं हो सकते जिसका वास्तविक कारण रक्त का बढ़ता हुआ नाड़ी-दाब है ।

एसेंडिग एओर्टा की मध्य पर्त की फाइब्रोसिस हो जाने के बाद इसकी प्रत्यास्थता समाप्त हो जाती है जिसे पुनः वापस नहीं लाया जा सकता क्योंकि संयोजी ऊतकों की अत्यधिक वृद्धि को हटा कर प्रत्यास्थ तन्तु पुनः उनके स्थान पर उत्पन्न नहीं हो सकते जिससे यह सिद्ध होता है कि आयु वृद्धि की

प्रक्रिया को नियन्त्रित तो किया जा सकता हैं परन्तु वृद्धावस्था से युवावस्था की ओर विपरीत दिशा में मोड़ा नहीं जा सकता है।

हास[3], स्मिथ[7] तथा अहमद[5] द्वारा यह पाया गया कि एओर्टा की मध्य पर्त में स्थित प्रत्यास्थ तन्तुओं की परतें 40 वर्ष से अधिक आयु वाले व्यक्तियों में रंजित, परिवर्तनशील तथा लहरदार हो गई थीं और उनमें विखण्डन के चिन्ह प्रकट होने लगे थे। 60 वर्ष की आयु के बाद इन प्रत्यास्थ तन्तुओं की परतें अधिकांश व्यक्तियों में थोड़ी सी लहरदार थीं। परन्तु केवल थोड़े ही व्यक्तियों में चपटी भी थीं और अपने रंजित होने वाले गुण को खो चुकने के साथ-साथ विखण्डन एवं विनष्टीकरण को भी प्रदर्शित करती थीं। फास्टर[1] द्वारा यह देखा गया था कि 50 वर्ष की आयु के आस-पास के व्यक्तियों की एओर्टा में प्रत्यास्थ तन्तुओं का विनष्टीकरण आरम्भ हो जाता है। सैक्सटान[6] द्वारा यह बतलाया गया कि 25 वर्ष की आयु के उपरान्त धमनियों की प्रत्यास्थता में शनैः शनैः ह्रास होने लगता है। ग्रे तथा अन्य[2] द्वारा यह सूचित किया गया कि श्वेत तथा नीग्रो जाति के अमरीकी व्यक्तियों की एओर्टा की मध्य पर्त में जन्म से लेकर 20 वर्ष की आयु तक प्रत्यास्थ तन्तु सघन तथा तरंगित थे। 20 वर्ष की आयु के बाद अधिकतर व्यक्तियों की एओर्टा प्रत्यास्थ बनी रही जबकि थोड़े से व्यक्तियों की एओर्टा में प्रत्यास्थता नष्ट होने लगी और प्रत्यास्थ धमनियाँ वृद्धावस्था में कैल्सियम के समावेश के लिए अधिक प्रवृत्त देखी गयीं। अहमद[5] द्वारा यह निरीक्षण किया गया कि 40 वर्ष की आयु के पश्चात् पुरुषों तथा महिलाओं की एओर्टा की मध्य पर्त में प्रत्यास्थ तन्तुओं का ह्रास होने लगता है। हास[3] द्वारा प्राप्त परीक्षण परिणामों के अनुसार एसेंडिंग एओर्टा की दीवाल संकेन्द्री परतों से परिपूर्ण थी। धमनियों में आयु वृद्धि के परिवर्तनों का कभी कम आयु में तथा कभी अधिक आयु में पाया जाना इस बात का द्योतक है कि आयु वृद्धि के कारण धमनियों में आयु वृद्धि के परिवर्तन नहीं होते हैं। धमनियों में आयुवृद्धि के परिवर्तन रक्त के बढ़ते हुए नाड़ी-दाब के कारण होते हैं तथा रक्त के बढ़ते हुए नाड़ी-दाब का सम्बन्ध व्यक्ति की आयु से नहीं होता है क्योंकि यदि ऐसा होता तो समान आयु वर्ग के सभी लोगों में चाहे वे श्रमजीवी हों अथवा बुद्धिजीवी रक्त का नाड़ी-दाब समान होता तथा उनकी धमनियों के प्रत्यास्थ तन्तुओं में आयुवृद्धि के परिवर्तन भी समान होते।

उपसंहार

उपरोक्त परीक्षण परिणामों के आधार पर लेखक ने रक्त के नियन्त्रित नाड़ी-दाब को चिर यौवन का रहस्य निर्धारित करते हुए दिनांक 31 मार्च 1988 को धमनियों में आयु वृद्धि की प्रक्रिया से सम्बंन्धित निम्नलिखित नियम स्थापित किये

(1) आयु वृद्धि की प्रक्रिया को नियन्त्रित तो किया जा सकता है परन्तु वृद्धावस्था से युवावस्था की ओर मोड़ा नहीं जा सकता है।

(2) आयु वृद्धि की प्रक्रिया धमनी काठिन्य के परिवर्तनों के बिना सम्भव नहीं है जिसका वास्तविक कारण रक्त का बढ़ता हुआ नाड़ी-दाब है।

(3) अधिक मानसिक सक्रियता तथा कम शारीरिक सक्रियता के कारण रक्त के नाड़ी-दाब में वृद्धि होने लगती है जिसे मानसिक सक्रियता को घटा कर तथा शारीरिक सक्रियता को बढ़ाकर नियन्त्रित किया जा सकता है ।

निर्देश

1. फास्टर, एल० एल०, जे० मेड० रेस० 1909, 2, 297-311.
2. ग्रे, एस० एच०, हार्डलर, एफ० पी०, ब्लैच, जे० ओ०, जुकनर, जे० तथा ब्लुमेन्थाल, एच० टी०, आर्च० पैथ० 1953, 56, 238-253.
3. हास, जी० एम०, आर्च० पैथ० 1943, 35, 29-45.
4. लैटिनेन, ई०, एक्टा० माइक्रोबियाल० स्कैन्ड० सप्ल० 1963, 167.
5. अहमद, एम० एम०, एक्टा० एनाट० 1967, 66, 45-58.
6. सैक्सटान, जे० ए०, आर्च० पैथ० 1942,34, 262-274.
7. स्मिथ, सी०, सेटनर, एम० एम० तथा वांग, एच० पी०, एनाट० रेक० 1951, 109, 13-39.